1.4. ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ БАРЬЕРЫ КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНЫ. ФУНКЦИЯ ФЕРМИ

Цель лекции: ознакомление с потенциальными барьерами.

1.4.1. ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ПОТЕНЦИАЛЬНЫЙ БАРЬЕР

Пусть в областях A и C потенциальная энергия частицы равна нулю, а в области B — равна u. Ранее было показано, что существует вероятность нахождения частицы на некотором расстоянии x от прямоугольного барьера при $E < u$. Если $x > a$, то частицы будут из области A переходить в область C (a — ширина прямоугольного барьера).

Такое прохождение частиц через барьер получило название туннельного эффекта. Коэффициент прозрачности барьера в этом случае

$$D = D_0 \exp\left(\frac{-2a}{\hbar}\sqrt{2m(u - E)}\right),$$

где D_0 — коэффициент пропорциональности, приблизительно равный единице.

При туннельном прохождении барьера энергия микрочастиц не изменяется, они покидают барьер с той же энергией, с какой входят в него.

Вероятность прохождения электрона через барьер при $E < u$ быстро убывает с увеличением толщины барьера.

Глубокая прямоугольная потенциальная яма. В областях A и C потенциальная энергия частицы равна u, а в области B — нулю.

Ширину потенциальной ямы обозначим a.

Решение уравнения Шредингера показывает, что микрочастица, запертая в потенциальной яме, может иметь только квантованные значения энергии. Каждому значению энергии будет соответствовать собственная волновая функция:

$$\Psi_n = A_0 \sin\frac{\pi}{a}nx,$$

где A_0 — амплитуда волны; n — квантовое число.

Энергия частицы определяется выражением

$$E = n^2 \frac{h^2}{8ma^2}.$$

1.4.2. ФУНКЦИЯ ФЕРМИ

В соответствии с принципом запрета Паули в элементарной фазовой ячейке может находиться не более двух электронов, имеющих антипараллельные спины. Ячейка может быть полностью занята, занята частично, полностью свободна.

Из статистической физики известно, что вероятность заполнения электронами фазовой ячейки, имеющей энергию E, определяется функцией Ферми:

$$f_F = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{kT}}+1},$$

где E_F — энергия Ферми; k — постоянная Больцмана.

При абсолютном нуле функция Ферми f_F принимает лишь два значения: при $E < E_F = E_{F0}$ — $f_F = 1$, а при $E > E_F$ — $f_F = 0$. Если $T \neq 0$, то наибольшее изменение f_F наблюдается вблизи E_F, а при $E = E_F$ — $f_F = \frac{1}{2}$.

Интервал изменения f_F от 1 до 0 простирается по оси абсцисс в пределах нескольких kT влево и вправо от E_F. Приближенно можно считать, что при $E < E_F - kT$ — $f_F = 1$, а при $E > E_F + kT$ — $f_F = 0$.

В условиях термодинамического равновесия уровень Ферми оказывается постоянным в любой системе контактирующих тел. Необходимым условием термодинамического равновесия системы является постоянство уровня Ферми.

Электронный газ, свойства которого описываются функцией Ферми, называют вырожденным, или квантованным. При этом число состояний одного порядка оказывается равным числу частиц. Электронный газ называется невырожденным, если число разрешенных энергетических состояний значительно больше числа электронов, при этом используется классическая статистика Максвелла — Больцмана, поскольку квантово-механические запреты затушевываются.

Электронный газ можно считать невырожденным, если выполняется условие

$$f_{\text{М-Б}} = e^{\frac{E-E_F}{kT}} >> 1.$$

Это условие выполняется при $e^{(E-E_F)/kT} >> 2 \div 3$ на «хвосте» кривой выше E_F. Этот «хвост» соответствует распределению Максвелла — Больцмана.

Наоборот, при выполнении условия

$$e^{\frac{E-E_F}{kT}} << 1$$

газ является вырожденным.

1.4.3. СТРОЕНИЕ АТОМА

Состояния электронов в атомах характеризуются четырьмя квантовыми числами.

1. *Главное квантовое число* $n = 1, 2, 3, 4, \ldots$. Оно определяет порядковый номер разрешенной орбиты или энергетического уровня электрона.

2. *Орбитальное квантовое число* l связано с орбитальным механическим моментом количества движения p_l-электрона соотношением

$$p_l = \hbar\sqrt{l(l+1)}.$$

Моментом количества движения точки относительно полюса называется вектор, равный векторному произведению радиуса-вектора точки, проведенного из полюса, и ее количество движения.

3. *Моментное квантовое число* $m = 0, \pm1, \pm2, \ldots$ определяет проекцию момента p_i на некоторое направление, m принимает лишь целочисленные значения.

4. *Спиновое квантовое число* $S = \pm\frac{1}{2}$ выражает собственный момент количества движения электрона. Он может быть направлен либо параллельно, либо антипараллельно орбитальному моменту количества движения.

Совокупность электронов, обладающих одним и тем же значением главного квантового числа n, образует слой атома: $n = 1$, к-слой, $n = 2$, L-слой; $n = 3$, M-слой и т. д.

Внутри слоя электроны с различными орбитальными числами l образуют оболочки $s(l=0)$, $p(l=1)$, $d(l=2)$, $f(l=3)$ и т. д.

Согласно принципу Паули, в одном квантовом состоянии, характеризуемом четырьмя квантовыми числами, может находиться не более одного электрона.

При заполнении слоев и оболочек электроны стремятся занять более низкие энергетические уровни.

Тесты к лекции 1.4

1. ***Как изменяется энергия микрочастицы при туннельном прохождении потенциального барьера?***

а) не изменяется;
б) увеличивается;
в) уменьшается.

2. ***Какова вероятность прохождения микрочастицы сквозь прямоугольный потенциальный барьер, если ее энергия меньше высоты барьера?***

а) больше нуля;
б) нуль;
в) 50 %.

3. ***Какие значения энергии может иметь микрочастица, запертая в потенциальной яме?***

а) может иметь только квантованные значения энергии;

б) может иметь любые значения энергии;

в) не может иметь никаких значений энергии.

4. ***Сформулируйте принцип запрета Паули:***

а) в элементарной фазовой ячейке может находиться не более двух электронов, имеющих антипараллельные спины;

б) в элементарной фазовой ячейке может находиться не более четырех электронов, имеющих параллельные спины;

в) в элементарной фазовой ячейке не может находиться более восьми электронов, имеющих антипараллельные спины.

5. ***Что определяет функция Ферми?***

а) вероятность заполнения электронами фазовой ячейки, имеющей определенную энергию;

б) вероятность преодоления электронами потенциального барьера;

в) вероятность нахождения электрона в данной точке пространства.

6. ***Чему численно равно значение функции Ферми при температуре абсолютного нуля, если энергия частиц меньше энергии Ферми?***

а) единице;

б) нулю;

в) 0,5.