

## 1.11. ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

**Цель лекции:** ознакомление с электропроводностью твердых тел.

### 1.11.1. ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВНЕШНЕГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

В полупроводнике, на который не действует электрическое поле, число электронов, движущихся в противоположных направлениях, всегда одинаково, поэтому их средняя скорость в любом направлении равна нулю, и электрический ток не возникает.

При приложении внешнего электрического поля к полупроводнику в нем возникает направленное движение электронов, т. е. электрический ток. Согласно закону Ома,

$$j = \sigma \mathcal{E},$$

где  $\sigma$  — удельная электропроводность [ $\text{Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ ];  $\mathcal{E}$  — напряженность электрического поля.

Часто пользуются не удельной электропроводностью, а удельным сопротивлением:

$$\rho = 1/\sigma.$$

Направленное движение электронов под действием внешнего электрического поля называется дрейфом электронов. Средняя скорость этого движения называется скоростью дрейфа  $v_D$ .

При наложении внешнего поля на электрон действует сила  $F = -q\mathcal{E}$ , под действием которой электрон должен был бы двигаться ускоренно, непрерывно увеличивая свою скорость. Однако при движении электрон сталкивается с дефектами кристаллической решетки и вследствие этого теряет свою скорость. Под дефектами в данном случае понимают любые нарушения кристаллической решетки — примесные атомы, отклонения атомов от своего положения вследствие теплового движения и т. д. Действие решетки на электрон аналогично действию силы сопротивления, препятствующей движению электрона.

Тогда дрейфовая скорость электрона кристалла в электрическом внешнем поле

$$v_D = a\tau,$$

где  $a$  — ускорение электрона под действием внешнего электрического поля;  $\tau$  — среднее время между двумя столкновениями электрона с решеткой, называемое средним временем свободного пробега.

Начальная дрейфовая скорость  $v_{D0} = 0$ , так как считается, что после каждого очередного столкновения направленное движение прекращается.

Поскольку  $F = -q\mathcal{E}$ ;  $F = m_n a$ ,

$$\begin{aligned} -q\mathcal{E} &= ma; \\ -q\mathcal{E} &= m \frac{v_D}{\tau}; \\ v_D &= -q \frac{e\tau}{m_n} \mathcal{E}. \end{aligned}$$

Отношение скорости дрейфа к напряженности поля называется подвижностью носителей:

$$\mu_n = \frac{v_D}{\mathcal{E}} = -\frac{q\tau}{m_n}.$$

При более строгом рассмотрении  $\tau$  можно определить как время релаксации, характеризующее процесс восстановления равновесного состояния, нарушенного электрическим полем, после снятия последнего. При этом считается, что время релаксации после выключения электрического поля, вызвавшего отклонения от равновесного состояния, равно среднему времени свободного пробега.

Можно считать, что электрон в кристалле движется прямолинейно до тех пор, пока не встретится с дефектом решетки и не рассеется. Средний отрезок пути  $\lambda$ , который проходит электрон между двумя последовательными актами рассеяния, принимают за длину свободного пробега. Если электрон уже в одном акте рассеяния полностью теряет скорость в данном направлении и возвращается в состояние хаотического движения, то

$$\lambda = v\tau,$$

где  $v$  — средняя скорость движения электронов;  $\tau$  — просто время свободного движения электрона.

Однако для полной потери скорости в данном направлении требуется не одно, а в среднем  $v$  столкновений с рассеивающими центрами. Время, в течение которого будет происходить ликвидация направленного движения, представляет собой время релаксации. Тогда средний путь, который пройдет электрон за это время,

$$L = \lambda v = v\tau,$$

где  $L$  — средняя транспортная длина свободного пробега.

Отсюда

$$\tau = \frac{v\lambda}{v}.$$

### 1.11.2. ЗАВИСИМОСТЬ ПОДВИЖНОСТИ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

Рассеяние электронов и дырок проводимости может происходить на ионах и нейтральных атомах примеси, дефектах структуры, границах кристалла, тепловых колебаниях решетки.

В области высоких температур основное значение имеет рассеяние электронов на тепловых колебаниях решетки. Установлено, что в области высоких температур, в которой основное значение имеет рассеяние на фононах, т. е. на тепловых колебаниях решетки, подвижность невырожденного газа пропорциональна температуре в степени  $-3/2$ :

$$\mu_{\text{М-Б}} \sim T^{-3/2}.$$

Подвижность носителей вырожденного газа обратно пропорциональна температуре:

$$\mu_{\text{Ф-Д}} \sim T^{-1}.$$

В области низких температур основное значение имеет рассеяние на ионизированных примесных атомах. Ионы примеси отклоняют электроны, проходящие вблизи них, и тем самым уменьшают скорость их движения в первоначальном направлении.

Показано, что подвижность носителей заряда в области низких температур, обусловленная рассеянием на ионизированных примесях, пропорциональна  $T^{3/2}$  для проводников с невырожденным газом и не зависит от  $T$  для проводников с вырожденным газом.

У чистых металлов концентрация примеси очень мала, и при низких температурах основным механизмом рассеяния остается рассеяние на колебаниях кристаллической решетки, поэтому подвижность вырожденного электронного газа в этих металлах пропорциональна  $T^{-5}$ .

### 1.11.3. ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ЧИСТЫХ МЕТАЛЛОВ

Вычислим плотность электрического тока, протекающего по кристаллу, независимо от того, является ли он полупроводником или металлом.

Пусть электроны обладают скоростью  $v_D$ . Построим мысленно внутри полупроводника цилиндр, площадь основания которого равна единице, а образующая —  $v_D$  (рис. 1.25). Все электроны, заключенные в этом цилиндре, за 1 с пройдут через основание.

При этом плотность тока

$$j = qnv_D = qn\mu\mathcal{E};$$

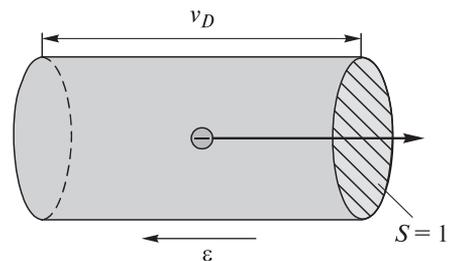


Рис. 1.25. Цилиндр, выделенный в кристалле

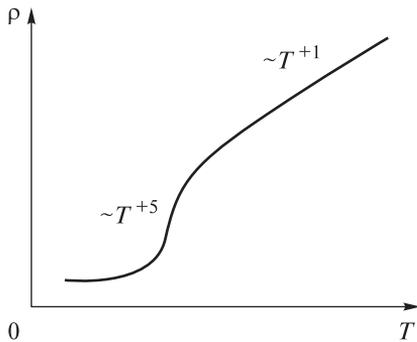
так как  $j = \sigma \mathcal{E}$ , то

$$\sigma = qn\mu,$$

где  $q$  — заряд электрона;  $n$  — число электронов в единице объема, т. е. концентрация;  $\mu$  — подвижность.

Электропроводность металлов обусловлена дрейфом свободных носителей заряда одного знака. У большинства металлов этими носителями являются электроны и лишь у некоторых — дырки (бериллий, цинк).

Металлы — это вырожденные проводники, поэтому концентрация электронного газа в них практически не зависит от температуры. Зависимость электропроводности от температуры полностью определяется температурной зависимостью подвижности электронов вырожденного газа, поэтому в области высоких температур



$$\sigma = A/T, \quad \rho_V = aT;$$

в области низких температур

$$\sigma = B/T^5, \quad \rho_V = bT^5,$$

где  $A, B, a, b$  — коэффициенты пропорциональности.

Зависимость удельного сопротивления металлов от температуры приведена на рис. 1.26. В области абсолютного нуля основное значение даже в чистых металлах приобретает рассеяние на примесях. При этом  $\rho_V$  не зависит от температуры.

Рис. 1.26. Зависимость удельного сопротивления от температуры

#### 1.11.4. ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ СОБСТВЕННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

В собственных полупроводниках носителями заряда являются как электроны в зоне проводимости, так и дырки в валентной зоне. Электропроводность собственных полупроводников складывается из проводимости электронов:  $\sigma_n = qn_i\mu_n$ , имеющих концентрацию  $n_i$  и подвижность  $\mu_n$ , и из проводимости дырок:  $\sigma_p = qp_i\mu_p$ , имеющих концентрацию  $p_i$  и подвижность  $\mu_p$ , т. е.

$$\sigma_i = qn_i\mu_n + qp_i\mu_p.$$

Поскольку у собственных полупроводников  $n_i = p_i$ ,

$$\sigma_i = qn_i(\mu_n + \mu_p).$$

Как известно,

$$n_i = \frac{2(2\pi\sqrt{m_n m_p} kT)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{E_g}{2kT}},$$

следовательно,

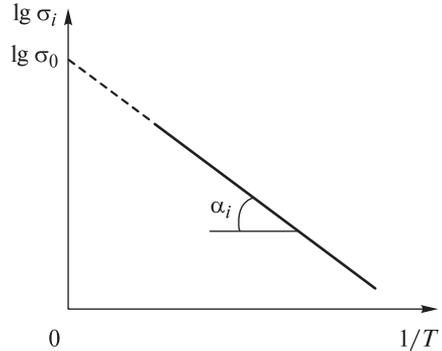
$$\sigma_i = q(\mu_n + \mu_p) \frac{2(2\pi\sqrt{m_n m_p} kT)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{E_g}{2kT}} = \sigma_0 e^{-\frac{E_g}{2kT}}.$$

Температурную зависимость электропроводности удобно представлять в полупологарифмических координатах:

$$\lg \sigma_i = \lg \sigma_0 - \frac{E_g}{2kT}.$$

Качественная зависимость  $\lg \sigma_i = f(1/T)$  показана на рис. 1.27. Это прямая, тангенс угла наклона  $\alpha$  которой составляет

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{E_g}{2k}.$$



**Рис. 1.27.** Температурная зависимость электропроводности собственного полупроводника

Отсюда можно определить ширину запрещенной зоны полупроводника. Пересечение продолжения прямой  $-\sigma_i = f(1/T)$  с осью абсцисс позволяет определить  $\lg \sigma_0$ , а следовательно, и  $\sigma_0$ . При данной температуре проводимость собственных полупроводников определяется шириной их запрещенной зоны.

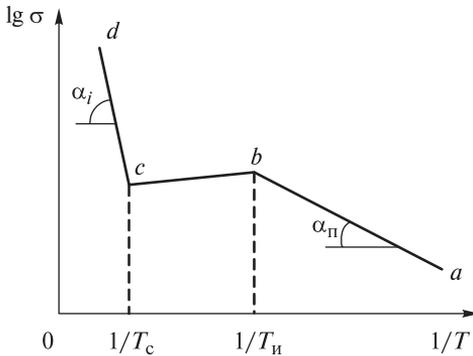
Таким образом, между электропроводностью металлов и полупроводников существует принципиальное различие.

В металлах, в которых электронный газ является вырожденным и концентрация носителей заряда практически не зависит от температуры, температурная зависимость проводимости полностью определяется подвижностью носителей.

В полупроводниках, в которых электронный газ в невырожденном состоянии и его концентрация резко зависят от температуры, температурная зависимость проводимости практически полностью определяется температурной зависимостью концентрации носителей.

### 1.11.5. ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ПРИМЕСНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Температурная зависимость электропроводности невырожденных примесных полупроводников, как и собственных полупроводников, определяется температурной зависимостью концентрации носителей. Типичная кривая температурной зависимости электропроводности имеет три характерных участка (рис. 1.28).



**Рис. 1.28.** Температурная зависимость электропроводности примесного полупроводника ( $\alpha_n$  — угол, определяемый примесными носителями)

Участок  $ab$  простирается от области низких температур до температуры истощения примеси  $T_i$ . Как известно, концентрация носителей в этой области

$$n = \sqrt{N_D \left( \frac{2\pi m_n k T}{h^3} \right) e^{3/2} - \frac{\Delta E_D}{2kT}}.$$

Подвижность носителей в этой области температур определяется расстоянием на примесях и пропорциональна  $T^{3/2}$ , тогда

$$\sigma = qn\mu = \sigma_{п.о} e^{-\frac{\Delta E_D}{2kT}},$$

где  $\sigma_{п.о}$  — коэффициент, слабо зависящий от температуры (по сравнению с экспоненциальной зависимостью), определяемый примесными основными носителями.

Тангенс угла наклона участка  $ab$  составляет

$$\operatorname{tg}(a_n) = \frac{\Delta E_D}{2k},$$

т. е. пропорционален энергии ионизации донорных уровней. На участке  $ab$  проводимость полупроводника определяется появлением примесных носителей, возникающих вследствие ионизации примесных атомов.

При температуре истощения примесей  $T_i$  участок  $ab$  переходит в участок  $bc$ , на котором все примесные атомы ионизированы, но еще не происходит теплового возбуждения собственных носителей. На этом участке концентрация носителей практически постоянна и равна концентрации примеси:  $n \approx N_D$ , поэтому температурная зависимость электропроводности определяется температурной зависимостью подвижности. Если в области температур от  $T_i$  до  $T_c$  основным механизмом рассеяния является рассеяние на тепловых колебаниях решетки, для которого подвижность носителей пропорциональна  $T^{-3/2}$ , то проводимость на участке  $bc$  будет падать с ростом температуры.

Если же на участке  $bc$  основным механизмом рассеяния является рассеяние на примесях, т. е.  $\mu \sim T^{3/2}$ , то электропроводность будет увеличиваться с ростом  $T$ .

При температуре  $T_c$  участок  $bc$  переходит в участок  $cd$ , соответствующий собственной проводимости. На участке  $cd$  концентрация носителей приблизительно равна концентрации собственных носителей. Проводимость на этом участке

$$\sigma \approx \sigma_i = \sigma_0 e^{-\frac{E_g}{2kT}}.$$

Тангенс угла наклона участка  $cd$  пропорционален ширине запрещенной зоны:

$$\operatorname{tg}(\alpha_c) = \frac{E_g}{2k}.$$

### 1.11.6. ДИФФУЗИОННЫЕ УРАВНЕНИЯ

Пусть вдоль полупроводника имеется градиент концентрации свободных носителей заряда, создание которого возможно с помощью освещения образца, его неравномерного нагрева и т. д.

В общем случае ток проводимости состоит из геометрической суммы дрейфового и диффузионного токов.

Дрейфовые составляющие плотности тока проводимости определяют по закону Ома:

$$j_{n \text{ др}} = \sigma_n \mathcal{E} = qn\mu_n \mathcal{E} = -qn\mu_n \operatorname{grad}(\varphi);$$

$$j_{p \text{ др}} = \sigma_p \mathcal{E} = qp\mu_p \mathcal{E} = -qp\mu_p \operatorname{grad}(\varphi),$$

где  $n, p$  — концентрации электронов и дырок, которые в общем случае не являются равновесными;  $\varphi$  — электрический потенциал.

Диффузионная составляющая тока зависит от градиента концентрации свободных носителей заряда:

$$j_{n \text{ диф}} = qD_n \operatorname{grad}(n);$$

$$j_{p \text{ диф}} = -qD_p \operatorname{grad}(p).$$

Диффузионный ток создает объемные заряды, поле которых вместе с внешним электрическим полем обуславливает дрейфовый ток.

В представленном на рис. 1.29 случае, когда  $p_1 > p_2$ , левая часть полупроводника будет заряжаться отрицательно, а правая — положительно и внутреннее электрическое поле полупроводника, обусловленное объемными зарядами, направлено против внешнего электрического поля.

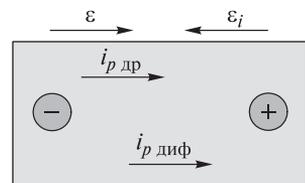


Рис. 1.29. Объемные заряды в полупроводнике

В общем случае ток носителей одного вида в полупроводнике равен сумме диффузионного и дрейфового токов:

$$j_n = qn\mu_n \mathbf{E} + qD_n \operatorname{grad}(n) = -qn\mu_n \operatorname{grad}(\varphi) + qD_n \operatorname{grad}(n);$$

$$j_p = qp\mu_p \mathbf{E} + qD_p \operatorname{grad}(p) = -qp\mu_p \operatorname{grad}(\varphi) - qD_p \operatorname{grad}(p).$$

Если рассматривать токи в каком-либо одном направлении, то эти уравнения можно записать в виде:

$$j_{nx} = qn\mu_n \mathcal{E}_x + qD_n \frac{dn}{dx} = -qn\mu_n \frac{d\varphi}{dx} + qD_n \frac{dn}{dx};$$

$$j_{px} = qp\mu_p \mathcal{E}_x + qD_p \frac{dp}{dx} = -qp\mu_p \frac{d\varphi}{dx} - qD_p \frac{dp}{dx}.$$

Полная плотность тока

$$\begin{aligned} j &= j_n + j_p = j_{n \text{ др}} + j_{n \text{ диф}} + j_{p \text{ др}} + j_{p \text{ диф}} = \\ &= -q(n\mu_n + p\mu_p) \mathbf{E} + q \left( D_n \frac{dn}{dx} - D_p \frac{dp}{dx} \right). \end{aligned}$$

Направления токов определяют обычно в зависимости от направления градиентов потенциала  $\varphi$  и концентраций. Знаки токов учитывают при записи уравнений.

Связь между дрейфовой подвижностью носителей и коэффициентами диффузии выражается с помощью уравнений Эйнштейна:

$$\frac{\mu_p}{D_p} = \frac{q}{kT}, \quad \frac{\mu_n}{D_n} = \frac{q}{kT}.$$

Подвижность носителей пропорциональна коэффициенту диффузии.

## Тесты к лекции 1.11

### 1. Что такое дрейф электронов?

- направленное движение электронов под действием внешнего поля;
- перемещение электронов в полупроводнике между дислокациями;
- броуновское движение электронов в результате нагрева полупроводника.

### 2. Что называется подвижностью носителей?

- отношение скорости дрейфа к напряженности поля;
- скорость перемещения носителей по полупроводнику;
- ускорение носителей в полупроводнике.

**3. Чем обусловлена электропроводность металлов?**

- а) дрейфом свободных носителей заряда одного знака;
- б) движением ионов;
- в) тепловым колебанием кристаллической решетки.

**4. Чем обусловлена электропроводность собственных полупроводников?**

- а) электронами в зоне проводимости и дырками в валентной зоне;
- б) донорными носителями заряда;
- в) акцепторными носителями заряда.

**5. От чего зависит концентрация носителей в собственных полупроводниках?**

- а) от температуры;
- б) от размера полупроводника;
- в) от влажности.

**6. Что такое температура истощения примесей?**

- а) температура, при которой все примесные носители переходят в зону проводимости или валентную зону;
- б) температура, при которой все примеси испаряются из полупроводника;
- в) температура, при которой все примеси растворяются в полупроводнике.

**7. Какая температура называется температурой собственной проводимости?**

- а) температура, при которой проводимость примесного полупроводника начинает обуславливаться собственными носителями;
- б) температура, при которой собственный полупроводник перестает быть таковым;
- в) температура, при которой примесный полупроводник начинает проводить ток.