Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана

Учебное пособие

Э.Н. Камышная, В.В. Маркелов,
В.А. Соловьев

ФОРМАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПРИНЦИПИАЛЬНЫХ СХЕМ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана

Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана

Э.Н. Камышная, В.В. Маркелов,
В.А. Соловьев

ФОРМАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПРИНЦИПИАЛЬНЫХ СХЕМ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ

*Рекомендовано Научно-методическим советом
МГТУ им. Н.Э. Баумана
в качестве учебного пособия по курсу
«Автоматизированное проектирование электронной аппаратуры»*

Москва
Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана
2011

УДК 621.316.71/72
ББК 31.27-05
К18

Рецензенты: *С.А. Мешков, Ю.В. Зерний*

Камышная Э.Н.

К18 Формальное представление электрических принципиальных схем для решения задач автоматизированного проектирования электронной аппаратуры : учеб. пособие / Э.Н. Камышная, В.В. Маркелов, В.А. Соловьев. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. – 44, [4] с. : ил.

Представлена схема процесса проектирования изделий электронной аппаратуры, проанализированы основные этапы и задачи проектирования аппаратуры на каждом иерархическом уровне. Рассмотрены методы формализации задач при автоматизированном проектировании электронной аппаратуры. Даны основные понятия и определения из теории графов, приведены методы формального описания электрических принципиальных схем. Представлены структура домашнего задания по теме «Автоматизация проектирования электронной аппаратуры» и контрольный пример.

Для студентов старших курсов факультета «Информатика и системы управления».

УДК 621.316.71/72
ББК 31.27-05

ВВЕДЕНИЕ

Темпы развития электронной аппаратуры (ЭА) в значительной мере определяют уровень научно-технического прогресса. Расширение круга задач, решаемых с помощью ЭА, вызывает постоянное усложнение аппаратуры, следствием которого является неизбежное удлинение сроков ее проектирования. Ускорить и удешевить проектно-конструкторские работы можно путем автоматизированного проектирования на основе разработки и внедрения прогрессивных методов расчета при использовании современной вычислительной техники. Развитие этих методов идет по пути максимальной формализации и подчиняется требованиям программирования.

В этом учебном пособии студентам предлагается ознакомиться с методами формализованного описания электрических принципиальных схем для решения задач автоматизированного проектирования ЭА, а также со структурой алгоритмов решения некоторых практических задач.

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЗАДАЧ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ И ВОЗМОЖНОСТИ ИХ АВТОМАТИЗАЦИИ

Процесс проектирования с точки зрения разработчика целесообразно разделить на этапы, отражающие основные задачи, решаемые на каждом из них (рис. 1.1) [1]:

1) системотехническое проектирование — разработка изделия до уровня структурных (функциональных) схем;

2) схемотехническое проектирование — разработка сборочных единиц до уровня принципиальных схем;

3) техническое проектирование:

а) конструкторское;

б) технологическое.

Системотехническое проектирование начинается с анализа технического задания (ТЗ) на разрабатываемое изделие с точки зрения надежности, стоимости, быстродействия, массогабаритных характеристик и т. д. На этом этапе принимают наиболее существенные решения относительно возможных путей реализации требований к аппаратуре, сформулированных в ТЗ, с учетом современных достижений в области радиоэлектроники и электронно-вычислительной техники, выбирают критерии для оценки эффективности проекта. На этапе системотехнического проектирования намечают основные направления системотехнических, схемотехнических и конструкторско-технологических решений, проводят патентный поиск существующих аналогов с целью рационального использования накопленного опыта, формирования оригинальных решений, их оформления и обеспечения патентной чистоты, уточняют основные функциональные части разрабатываемой ЭА, распределяют функции между отдельными сборочными единицами, узлами и блоками, разрабатывают общие структурные и

Рис. 1.1. Схема процесса проектирования изделий электронной аппаратуры

функциональные схемы и ТЗ на отдельные сборочные единицы и узлы. При этом необходимо учитывать требования производства и возможность использования унифицированных изделий, выпускаемых промышленностью.

В настоящее время системотехническое проектирование является трудно формализуемым процессом, где в основном используются творческие возможности разработчиков.

Эффективность проверки и улучшения вариантов изделий ЭА значительно увеличиваются при реализации математических описаний отдельных функциональных блоков, позволяющих автоматизировать процесс проектирования и исследования ЭА.

Схемотехническое проектирование включает в себя логическое проектирование, моделирование и анализ полученных электрических принципиальных схем, разработку контролирующих диагностических тестов. На данном этапе проектирования в настоящее время наиболее широко используются ЭВМ.

При *логическом проектировании* осуществляют синтез функциональных схем отдельных узлов, выбранных на этапе системотехнического проектирования. Хотя в теоретическом плане существуют значительные достижения, на практике используют автоматизированный синтез управляющих устройств и узкого класса операционных устройств. Проблема синтеза нелинейных систем до сих пор недостаточно изучена, поэтому при автоматизированном синтезе функциональных схем необходимо решить большое число задач, например разработать удобные языки описания исходных данных, алгоритмов в целях их оптимизации по комплексным критериям.

Основной задачей моделирования и анализа полученных электрических принципиальных схем является накопление информации о проектируемых схемах, построение карт состояний при прохождении входных сигналов.

По мере развития автоматизации логического проектирования объем моделирования функциональных схем будет постепенно уменьшаться, поскольку усложнение схем и использование больших интегральных схем исключают возможность подробного моделирования, а многие критерии оптимизации могут быть учтены в результате синтеза схем с применением укрупненных моделей (макромоделей).

Большое значение при разработке сложных электронных устройств приобретает разработка диагностических тестов. Это связано с непрерывным повышением надежности используемых элементов и укрупнением типовых элементов замены (ТЭЗ) в современной ЭА, что приводит к невозможности накопления обслуживающим персоналом достаточного опыта по обнаружению неисправностей.

Задача формирования диагностических тестов заключается в формировании входной последовательности сигналов таким образом, чтобы по виду выходной последовательности можно было судить об исправности аппаратуры, а в случае наличия неисправности определить вид и место повреждения аппаратуры. При решении поставленной задачи осуществляют моделирование.

Одной из задач данного этапа является эквивалентное преобразование функциональной схемы разрабатываемого устройства в ряд вариантов электрических принципиальных схем узлов изделия, которые обеспечивают заданные требования к их электрическим характеристикам.

Схемотехническое проектирование завершается выбором элементной базы для реализации функционального устройства, расчетом и оптимизацией электрических режимов его работы.

Техническое проектирование включает в себя конструкторское и технологическое проектирование.

Основная цель *конструкторского проектирования* состоит в переходе от структурной, функциональной и электрической принципиальной схем ЭА к практической реализации связанных между собой конструктивных элементов, сборочных единиц, реализующих конкретную схему; в определении их размеров, формы, материала и взаимного расположения, а также в выпуске необходимой технической документации для производства и эксплуатации ЭА. Связи между отдельными конструктивными элементами могут носить механический, электрический, электромагнитный и тепловой характер.

Основные задачи конструирования:

1) выбор системы конструктивных элементов, принципов компоновки элементов в конструктивные узлы высшей сложности, технологических способов реализации соединений;

2) компоновка узлов различного уровня сложности узлами низшего уровня модульности;

3) размещение элементов в конструктивном объеме узлов более высокого уровня модульности;

4) трассировка межсоединений;

5) разработка конструкторской документации в соответствии с требованиями ЕСКД.

Целесообразность использования ЭВМ диктуется следующим:

1) анализом большого числа вариантов для выбора решения, удовлетворяющего ТЗ;

2) сложными интерактивными взаимосвязями как отдельных задач конструкторского проектирования, так и всего этапа проектирования (сквозная автоматизация);

3) многократными проверками разрабатываемой технической документации, обусловленными возможными ошибками в процессе проектирования;

4) повторным решением этих задач при изменении отдельных конструктивных и технологических параметров узла.

Основная цель *технологического проектирования* — разработка технологии, оценка технологичности и составление технологической документации, необходимой для организации производства изделий.

В результате рассмотрения основных этапов проектирования ЭА и возможностей их автоматизации можно сделать следующие выводы.

На первых двух этапах проектирования (системном и схемотехническом) большая часть решаемых задач носит ярко выраженный творческий характер. При этом в работе участвует, как правило, небольшое число специалистов высокой квалификации. Влияние полученных решений на основные показатели разрабатываемой ЭА велико. ЭВМ на данных этапах применяют главным образом для анализа и контроля выполненной специалистом работы.

Технический этап проектирования характеризуется большей трудоемкостью и, следовательно, большим числом разработчиков. Решаемые на данном этапе задачи являются в основном рутинными и по своей природе хорошо формализуются, что благоприятствует использованию ЭВМ при проектировании. Поэтому наиболее широкое развитие получили системы, предназначенные для решения задач конструкторского проектирования ЭА, так как именно в этой области эффективность внедрения САПР оказалась максимальной.

2. ФОРМАЛЬНАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ПРИ КОНСТРУКТОРСКОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ

Конструкторское проектирование является одним из наиболее трудоемких и ответственных этапов всего процесса проектирования сложной ЭА, имеющей многоуровневое иерархическое деление.

При проектировании таких устройств постановка и решение задачи структурной оптимизации сталкиваются с трудностями: слишком большое число переменных, которые на разных уровнях неравноценно влияют на обобщенный критерий качества, что, в свою очередь, снижает эффективность поиска оптимального решения.

Указанные затруднения можно преодолеть делением проектно-конструкторских задач на несколько уровней. В этом случае элементы $(i+1)$-го уровня рассматриваются как некоторое устройство с соответствующим делением на сборочные единицы i-го уровня (рис. 2.1).

Ведущим принципом конструирования ЭА является применение функционально-узлового (модульного) метода проектирования, предусматривающего выделение конструктивных узлов (мо-

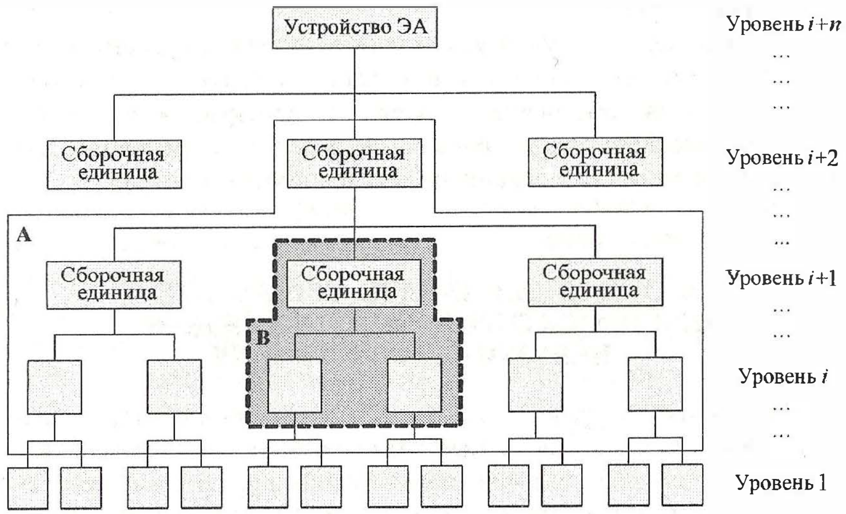


Рис. 2.1. Иерархическое деление устройства на модули разных уровней

дулей) различной степени сложности. Иными словами, конструкция ЭА представляет собой структуру, в которой узлы низшего уровня модульности объединяются в узлы высшего уровня.

Для автоматизации процесса проектирования в первую очередь необходима высокая унификация узлов проектируемой ЭА, так как состав и последовательность задач, решаемых при конструкторском проектировании, определяются делением устройства на конструктивные единицы (блоки). Представление устройства в виде совокупности блоков разного уровня определяет формальную структурную модель конструкции ЭА, в которой каждый блок содержит блоки нижних уровней модульности.

Таким образом, конструктивное деление устройства ЭА обладает иерархией:

блок уровня 1 — конструктивно законченная схема, в которой невозможно выделить элементы, не нарушив целостности конструкции;

блок уровня 2 — ТЭЗ — основная конструктивная единица, служащая для электрического объединения блоков уровня 1 на монтажной плате;

блок уровня 3 — панель, объединяющая ТЭЗы;

блок уровня 4 — рама, на которой размещаются панели;

блок уровня 5 — стойка, объединяющая несколько рам и дополнительных устройств.

Наличие иерархической структурной модели устройства (конструкции) ЭА, задающей деление всей конструкции на блоки разного уровня, обеспечивает удобство проектирования, изготовления, эксплуатации и является необходимым условием для применения автоматизированных методов проектирования.

3. ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ, РЕШАЕМЫЕ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ НА КАЖДОМ ИЕРАРХИЧЕСКОМ УРОВНЕ

На каждом i-м уровне иерархического проектирования исходными данными являются данные ТЗ, а результатами — техническая документация на сборочные единицы данного уровня и ТЗ на сборочные единицы следующего уровня. Проектирование сводится к

решению группы задач, относящихся либо к задачам синтеза, либо к задачам анализа [2].

Анализ технических объектов — это изучение их свойств; при анализе не создаются новые объекты, а исследуются заданные.

Синтез технических объектов нацелен на создание новых вариантов, а анализ используется для оценки этих вариантов, т. е. синтез и анализ выступают в процессе проектирования в диалектическом единстве. Для дискретных объектов задача синтеза является задачей определения структуры. Если среди вариантов структуры ищется не всякий приемлемый вариант, а наилучший, такую задачу синтеза называют *структурной оптимизацией*.

Расчет внутренних параметров, оптимальных с позиций некоторого критерия при заданной структуре объекта, называют параметрической оптимизацией.

Параметрическая оптимизация — это определение тех значений внутренних параметров X, при которых некоторая функция $F(X)$, называемая *целевой функцией*, принимает экстремальное значение.

К определяемым при оптимизации внутренним параметрам может относиться только часть параметров элементов, называемых *управляемыми параметрами*. Чтобы улучшить свойства объекта, следует оптимизировать целевую функцию по критерию максимума. Поэтому необходимо изменять управляемые параметры, которые существенно влияют на целевую функцию.

4. СХЕМА ПРОЦЕССА ПРОЕКТИРОВАНИЯ

На каждом уровне процесс проектирования представляется как решение совокупности задач [3]. Этот процесс иллюстрируется схемой, показанной на рис. 4.1. Разработку сборочной единицы по предъявленному ТЗ начинают с синтеза структуры. Вначале генерируют исходный вариант структуры, а затем оценивают его с позиций удовлетворения условиям работоспособности. Для каждого варианта структуры предусматривается оптимизация параметров, поскольку оценка должна выполняться при оптимальных или близких к оптимальным значениях внутренних параметров. В свою очередь, оптимизацию осуществляют путем многократного

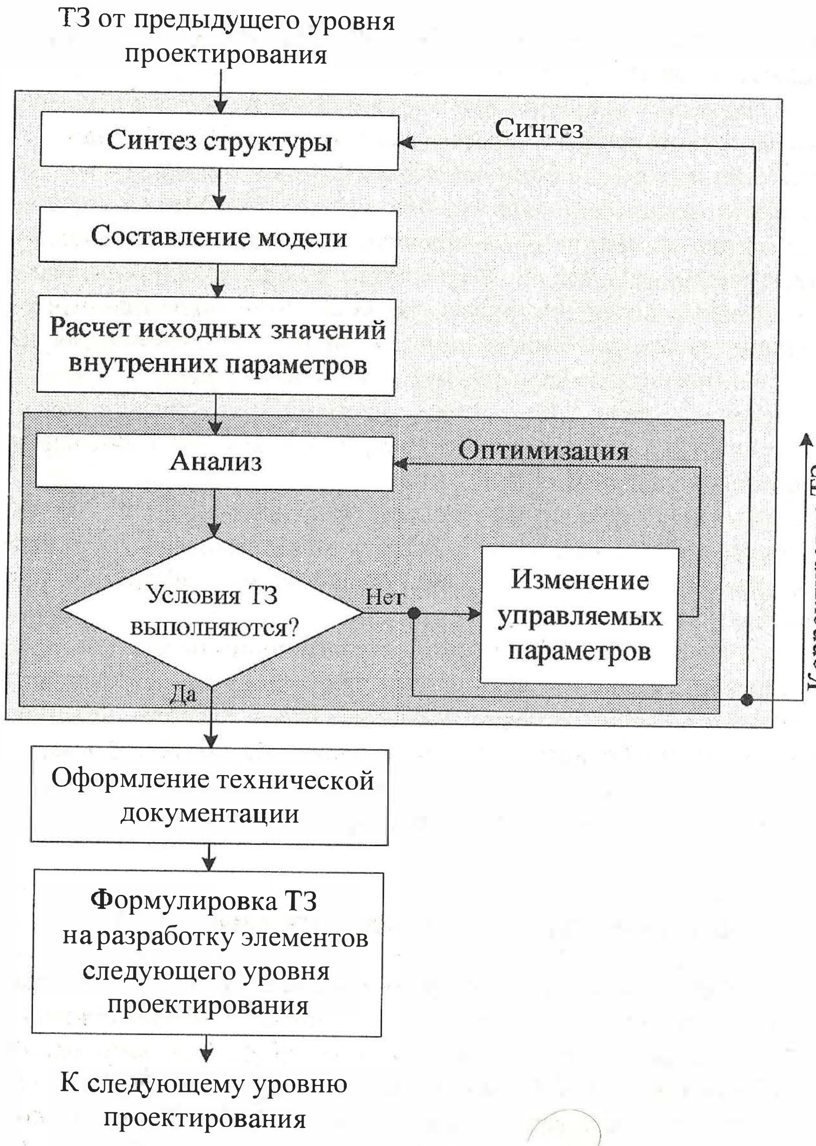


Рис. 4.1. Схема процесса проектирования на очередном иерархическом уровне

анализа. Если для некоторого варианта структуры условия работоспособности удовлетворяются с заранее оговоренным запасом, задачу синтеза считают решенной; результаты проектирования блока оформляют в виде необходимой технической документации и ТЗ на разработку модулей разного уровня.

Для каждого варианта структуры составляют модель объекта. Эта модель может быть математической при автоматизированном проектировании или физической при экспериментальной отработке изделия. Модель должна быть адекватной объекту в отношении основных параметров ТЗ. Численные значения параметров элементов модели устанавливают на основе простых расчетов либо на основе экспериментальных данных. Далее анализируют модели, проверяют условия работоспособности и принимают решения по результатам проверки; проводят параметрическую оптимизацию.

Если условия работоспособности в процессе оптимизации не выполняются, изменяют параметры элементов и повторно анализируют модель. При успешном решении задачи оптимизации переходят к завершающим этапам работы, в противном случае — к генерации нового варианта структуры. Если перебор многих вариантов структуры не приводит к успеху, ставят вопрос о корректировке пунктов ТЗ на разработку блока, т. е. осуществляют переход к предыдущему уровню блочно-иерархического проектирования.

Схема (см. рис. 4.1) отражает типичную последовательность процедур при проектировании, однако в конкретных ситуациях возможны естественные отклонения от этой последовательности.

В связи с итерационным характером процесса проектирования процедуры по схеме могут выполняться многократно. Обычно на первых итерациях выполняют анализ блока и оценочную проверку соблюдения условий работоспособности в номинальном режиме.

Задача параметрической оптимизации может быть заменена более простой задачей расчета внутренних параметров, если приемлемая степень выполнения условий работоспособности обеспечивается до достижения экстремума.

Задачи конструкторского проектирования принадлежат к классу комбинаторных оптимизационных задач. Их постановка на ЭВМ и применяемые методы решения существенно зависят от выбираемой формальной математической модели схем электронных устройств. Разные модели с различной точностью описывают одни и те же параметры устройства при решении каждой конкретной задачи конструкторского проектирования. Поэтому на различных этапах проектирования в зависимости от конкретных оптимизируемых критериев могут быть использованы разные модели. В настоящей работе описаны сравнительные характеристики существующих моделей и даны рекомендации о целесообразности их применения. При сравнении моделей учитывают следующие показатели:

1) универсальность (степень применяемости моделей для решения конкретной задачи конструирования);

2) точность описания основных параметров модели;

3) сложность работы с моделью (сложность алгоритмов обработки);

4) сложность определения параметров модели (сложность перехода от схемы к модели);

5) сложность описания модели;

6) выбор корректного математического аппарата для данной модели;

7) информационную сложность модели (возможность перехода от описания одной модели к более простой).

5. МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ В СИСТЕМАХ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Формализация задач инженерного проектирования включает в себя постановку этих задач в общем виде с помощью обозначений, определений, правил и теорем. Это дает возможность отразить в наглядных формах их математическую сущность и создает необходимую базу для формального описания методов (алгоритмов) их решения. Задачи конструкторского проектирования удобно формулировать в терминах теории множеств и теории графов [3].

5.1. Основные понятия теории множеств

Аппарат теории множеств находит эффективное применение при проектировании сложных систем. Рассмотрим основные понятия и определения теории множеств, широко используемые при решении конструкторских задач.

Понятие *множества* — основное в дискретной математике. Его можно описать, подбирая такие синонимы и определения, как совокупность, собрание, система и т. п.

Обычно множества обозначают большими буквами латинского алфавита, например A, B, C, Y, Z и т. д. Множества состоят из элементов, которые обозначают малыми буквами латинского алфавита, например a, b, c, y, z и т. д. Множество A, состоящее из элементов a, b, c, записывают так: $A = \{a, b, c\}$. Следует помнить, что все элементы множества различны, поэтому запись $A = \{a, a, b, b, c\}$ неверна. Принадлежность элемента a множеству X обозначается как $a \in X$, а непринадлежность — как: $a \notin X$.

Число элементов множества X называют его *мощностью* и обозначают $|X|$. Например, множество $X = \{a, b, c\}$ имеет мощность $|X| = 3$. Множество, которое не содержит элементов, называют *пустым* и обозначают $\oslash$.

Если любой элемент множества X принадлежит множеству Y, то говорят, что X является подмножеством (частью) множества Y или включает X. Это обозначается так: $X \subseteq Y$.

Множество, элементами которого также являются множества, называют *системой множеств*. Множество подмножеств (частей) множества X обозначают $P(X)$.

Определим основные операции над множествами.

Объединением (или *суммой*) множеств A и B называют множество C, любой элемент которого принадлежит или множеству A, или множеству B. Обозначают объединение множеств $C = A \cup B$, где $\cup$ — знак объединения множеств. Например, если $A = \{a, b, c\}, B = \{d, e\}$, то $C = A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$.

Если речь идет о суммировании более двух множеств, это можно записать так:

$$\bigcup_{i=1}^{k} X_i = A, \text{ где } i = 1, 2, \ldots, k.$$

Пересечением (или *совпадением*) множеств A и B называют множество D, каждый элемент которого принадлежит как множеству A, так и множеству B. Обозначают пересечение множеств $D = A \cap B$, где $\cap$ — знак пересечения множеств. Например, если $A = \{a, b, c\}$, $B = \{b, c, d, e\}$, то $D = A \cap B = \{b, c\}$.

Пересечение нескольких множеств можно записать так:

$$\bigcap_{i=1}^{k} X_i = B, \text{ где } i = 1, 2, \ldots, k.$$

Разностью множеств A и B называют множество F, любой элемент которого принадлежит множеству A и не принадлежит множеству B. Разность множеств F обозначают $F = A \backslash B$, где $\backslash$ – знак разности множеств. Например, если $A = \{a, b, c\}$, $B = \{b, d\}$, то $D = A \backslash B = \{a, c\}$.

Введем понятия *квантора существования* и *квантора общности*. Знак $\exists$ называют *квантором существования* (читается «существует»). Знак $\forall$ называют *квантором общности* (читается «для любого»). Запись $(\forall x_i \in X)\ B(x_i)$ означает, что для любого элемента x_i из множества X истинно высказывание $B(x_i)$ об элементе x_i. Весьма существенным является понятие разбиения множества. Систему $M\{A_i\}$ множеств $A_i, i \in I$, называют *разбиением множества* X, если оно удовлетворяет трем условиям:

1) $A_i \neq \oslash, i \in I$ – ни одно множество, являющееся элементом системы M, не пусто;

2) $A_i \cap A_j = \oslash$, $i \neq j$ – пересечение любых двух неравных множеств, принадлежащих M, является пустым;

3) объединение всех A_i составляет множество X: $\bigcup\limits_{i=1}^{k} A_i = X$.

Например, пусть $X = \{a, b, c, d, e, f, k\}$, тогда система множеств $M = \{A_1, A_2\}$, где $A_1 = \{a, c, f\}$ и $A_2 = \{b, d, e, k\}$, являются одним из возможных разбиений множеств. Легко заметить, что можно получить большее число различных вариантов множеств.

Чтобы определить отношение между элементами внутри одного множества, рассматривают *бинарные* (*попарные*) структуры элементов.

Наличие бинарного отношения между элементами x_i и x_j записывают следующим образом: $x_i R x_j$; причем $x_i \in X$, $x_j \in X$.

Каждое отношение R имеет *дополнительное отношение* $\overline{R}$ (или отрицание), так, что $x_i \overline{R} x_j$ тогда и только тогда, когда не выполняется условие $x_i R x_j$.

Наличие бинарных отношений между некоторыми или всеми элементами одного множества удобно представить графом.

5.2. Основные понятия и определения теории графов

Граф – это совокупность двух множеств, одно из которых – множество элементов, называемых вершинами, другое – множество отношений между вершинами, называемых ветвями.

Таким образом, граф можно описать выражением

$$G = (X, U),$$

где $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ – множество вершин; $U = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ – множество ветвей.

Запись u_{ij} означает, что ветвь графа образована парой вершин x_i и x_j: $u_{ij} = (x_i, x_j)$, $x_i \in X, x_j \in X$.

Наглядным способом задания графа является рисунок, в котором вершины обозначаются *точками*, а ветви – *линиями*.

Произвольный граф

$$G = (X, U),$$

где $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$; $U = \{(x_1, x_2), (x_1, x_3), (x_1, x_4), (x_1, x_5), (x_2, x_4), (x_2, x_5), (x_3, x_5), (x_4, x_5)\}$, показан на рис. 5.1, *а*.

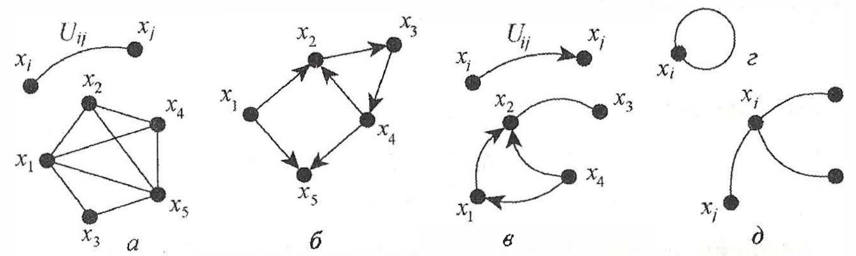


Рис. 5.1. Виды графов

Ненаправленные отношения между элементами одного множества называются *ребрами* и обозначаются $\widetilde{U}$. Граф, все ветви которого представляют собой ребра, называется *ненаправленным*, или *неориентированным* (см. рис. 5.1, *а*).

Направленные отношения между элементами называются *дугами* и обозначаются $\vec{U}$. В этом случае говорят о *направленном*, или *ориентированном*, графе (рис. 5.1, *б*).

Если в графе содержатся и дуги, и ребра, то граф называется *смешанным* (рис. 5.1, *в*).

Ветвь, которая начинается и заканчивается в одной вершине, называется *петлей* (рис. 5.1, *г*). Если связь между вершинами графа никак не определена, то говорят о *висячем ребре* (рис. 5.1, *д*).

Граф, содержащий в себе петли и висячие ребра, называется *нерегулярным*. При использовании теории графов как математического аппарата для решения некоторых задач конструкторского проектирования ЭА имеют дело лишь с *регулярными* конечными графами, т. е. такими графами, множество элементов которых конечно, а множество ветвей не содержит ни петель, ни висячих ребер.

Две вершины графа называются *смежными*, если существует ребро $u_{ij} \in U$, соединяющее эти вершины. Говорят, что ребро u_{ij} *инцидентно* вершинам x_i и x_j, если оно связывает эти вершины. В свою очередь, вершины x_i и x_j инцидентны ребру u_{ij}. Два ребра называются *смежными*, если существует вершина, инцидентная обоим ребрам.

Количество ребер (или дуг), инцидентных одной вершине, определяет ее локальную степень. Например, в графе, показанном на рис. 5.1, *а*, локальная степень вершины x_1

$$\rho(x_1) = 4,$$

а локальная степень вершины x_2

$$\rho(x_2) = 3,$$

и т. д.

Вершина, не инцидентная никакому ребру, называется *изолированной*. Граф, состоящий только из изолированных вершин, называется *нуль-графом*:

$$G_0 = (X, U), \text{ где } X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}, \quad U = \varnothing.$$

Часто приходится встречаться с понятием полного графа. *Полный граф* — это тот граф, любая вершина которого имеет отношения со всеми остальными:

$$G_\text{п} = (X, U), \text{ где } X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\},$$
$$U = \{u_1, u_2, \ldots, u_m\}, \quad |U| = \frac{n(n-1)}{2}.$$

Если в графе любые две вершины соединены более чем одним ребром, то такой граф называется *мультиграфом*; ребра, соединяющие одну и ту же пару вершин, — *кратными ребрами*, а наибольшее число кратных ребер, соединяющих какую-либо пару вершин — *мультичислом*. Мультиграф $G = (X, U)$, мультичисло которого $m = 5$, представлен на рис. 5.2, *а*. Обычно мультиграф изображают в виде скелетного графа, у которого над соответствующими связями указана кратность (рис. 5.2, *б*).

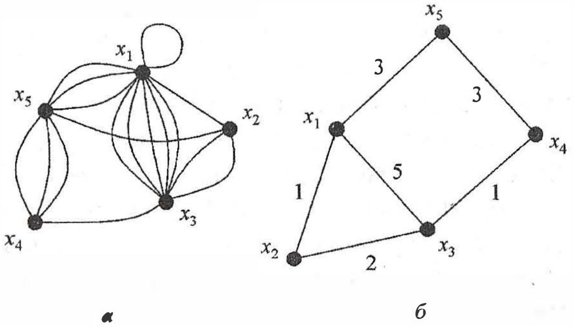


Рис. 5.2. Мультиграф

Пусть задан граф $G = (X, U)$ без петель и кратных ребер. *Раскраской* вершин графа $G = (X, U)$ называется разбиение множества его вершин на p непересекающихся подмножеств $X_1, X_2, \ldots, X_p$; $X = \bigcup_{j=1}^{p} X_i$; $X_i \cap X_j = \varnothing$; $i \neq j$; $i, j \in \{1, 2, \ldots, p\}$, при котором каждое подмножество X_i не содержит смежных вершин, т. е. $\forall X_i B(x_i \overline{R} x_j)$. Если каждому подмножеству X_i поставить в соответствие определенную «краску», то вершины этого подмножества можно окрасить в один цвет, вершины другого — в другой цвет и т. д. Иными словами, любая пара смежных вершин окрашивается в разные цвета.

Наименьшее число подмножеств, на которое можно разбить множество вершин графа при раскраске, называется *хроматическим числом* $\xi(G)$ графа G. Например, множество вершин графа (рис. 5.3) можно разбить не менее чем на три непересекающихся подмножества:

$$X_1 = \{x_1, x_3, x_6\}, \quad X_2 = \{x_2, x_4\}, \quad X_3 = \{x_5\}.$$

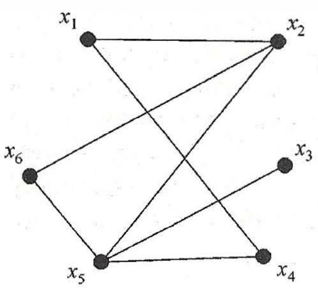


Рис. 5.3. Граф с хроматическим числом $\xi(G) = 3$

Следовательно, хроматическое число рассматриваемого графа $\xi(G) = 3$ и граф можно раскрасить тремя красками.

Существенной характеристикой графа является его *связность*. Предварительно дадим определение маршрута, цепи и цикла.

Последовательность ребер $U_1 \in U$, заданных парами вершин вида $(x_0, x_1), (x_1, x_2), \ldots, (x_{i-1}, x_i)$, в которой любые два соседних ребра смежные, называется *маршрутом*. Число ребер в маршруте определяет его длину. Если все ребра в маршруте различны, то такой маршрут является *цепью*. Вершины в цепи могут повторяться несколько раз. Если в цепи нет повторяющихся вершин, кроме соседних, то такую цепь называют простой. Цепь, в которой совпадают начальная и конечная вершины, называется *циклом*.

Для ориентированных графов справедливы понятия как ориентированных цепей и циклов, так и неориентированных. В первом случае при рассмотрении цепи или цикла дуги проходят только в направлении их ориентации, во втором ориентация во внимание не принимается. Ориентированную цепь иногда называют *путем*, а ориентированный цикл — *контуром*. Две вершины $x_i, x_j \in X$, где $i \neq j$, графа $G = (X, U)$ называются связными, если их можно соединить маршрутом. Граф $G = (X, U)$ называется связным, если любые две его вершины связаны маршрутом (см. рис. 5.1, *а*). Взяв какую-либо вершину $x_i \in X$ графа $G = (X, U)$ и построив подмножество $X' \subseteq X$, состоящее из всех вершин, которые можно соединить с x_i произвольным маршрутом, причем x_i включается в X', можно получить подграф $G' = (X', U')$, образованный на множестве вершин X', который называется *компонентой связности* графа G. Заметим,что связный граф состоит из единственной компоненты связности. Если граф имеет несколько компонент связности, то он не связан, поскольку вершины из разных компонент связности нельзя соединить маршрутом. Так, для графа, показанного на рис. 5.4, можно назвать четыре компоненты связности:

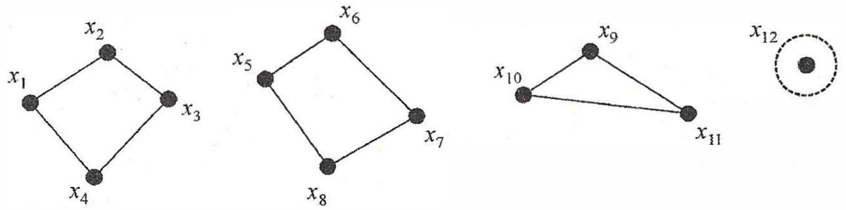


Рис. 5.4. Связный граф с несколькими компонентами связности

$$X_1 = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}; \quad X_2 = \{x_5, x_6, x_7, x_8\};$$
$$X_3 = \{x_9, x_{10}, x_{11}\}; \quad X_4 = \{x_{12}\}.$$

При этом справедлива следующая запись:

$$X = \bigcup_{i=1}^{4} X_i, \quad \bigcap_i X_i = \varnothing,$$

где $i = 1, 2, 3, 4$; X — множество вершин графа G.

Можно также сказать, что компонента связности — это связная часть несвязного графа.

Говоря о частях графа, можно выделить следующие основные понятия: частичный граф и подграф.

Частичный граф — это такой граф, у которого по отношению к исходному графу удалены некоторые ребра. Таким образом, граф G' будет частичным графом G, если

$$G = (X, U), G' = (X, U'), U' \subseteq U.$$

Подграф — это такой граф, у которого по отношению к исходному графу удалены некоторые вершины и ребра, им инцидентные. Так, G' будет подграфом графа G, если

$$G = (X, U), G' = (X', U'), X' \subseteq X, U' \subseteq U.$$

Компоненты связности несвязного графа есть подграфы общего графа.

Двудольный граф (граф Бержа) — это граф, множество вершин которого распадается на два непересекающихся подмножества так, что ребра графа соединяют вершины только из разных подмножеств (рис. 5.5).

Особый интерес представляют графы-деревья.

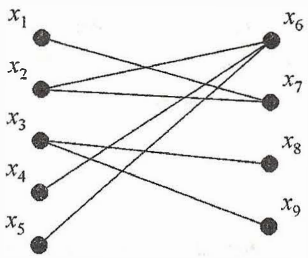


Рис. 5.5. Граф Бержа

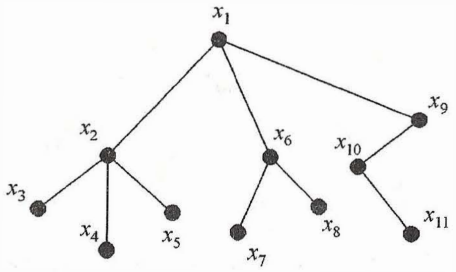


Рис. 5.6. Граф-дерево

Граф-дерево — это конечный связный неориентированный граф, не имеющий циклов и содержащий не менее двух вершин, соединенных ребром (рис. 5.6). Любая цепь в графе-дереве является простой и представляет собой граф без циклов.

Чтобы преобразовать любой связный граф в граф-дерево, из него нужно исключить ребра, образующие в графе циклы. Для определения числа циклов в графе (или количества ребер, образующих эти циклы) пользуются понятием *цикломатического числа* графа, которое можно определить по формуле

$$\gamma(G) = m - n + k,$$

где m — число ребер графа; n — число вершин графа; k — число компонент связности (для связного графа $k = 1$).

Связный граф и образованный из него исключением двух ребер граф-дерево изображены на рис. 5.7.

Графы-деревья обладают следующими свойствами:

1) в дереве две любые вершины связаны единственной цепью;

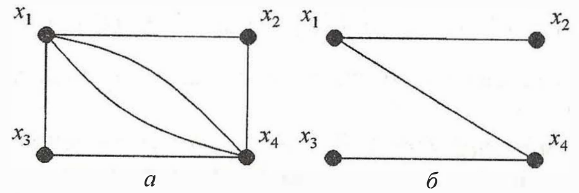


Рис. 5.7. Виды графов:
а – связный граф; *б* – граф-дерево

2) любое дерево имеет хотя бы две концевые вершины и хотя бы одно концевое ребро.

Вершина x_i графа G называют *концевой*, если $\rho(x_i) = \mathbf{1}$, т. е. существует единственное ребро $u(x_i, x_j)$ с концом в x_i. Такое ребро называется *концевым*;

3) число t_n различных деревьев, которые можно построить на n заданных вершинах, рассчитывают по формуле

$$t_n = n^{n-2};$$

4) для любого графа-дерева выполняется условие

$$n - m = 1,$$

где n — число вершин; m — число ребер;

5) графы-деревья всегда плоские.

Граф называется *плоским*, если его можно изобразить на плоскости так, чтобы все пересечения ребер происходили только в вершинах. Граф на рис. 5.8 плоский, на рис. 5.9 неплоский.

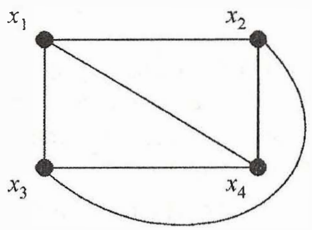


Рис. 5.8. Плоский граф

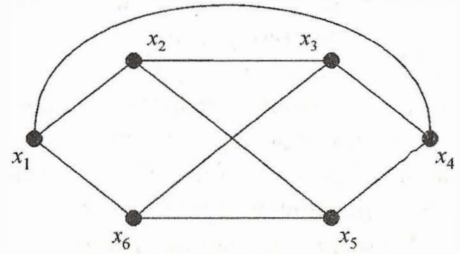


Рис. 5.9. Неплоский граф

Применяются место несколько способов представления графа:

1) геометрический;

2) аналитический:

а) в виде отображений и соответствий;

б) в виде трехместного предиката или инцидентора;

3) матричный.

Геометрическое представление графа наглядно, но не всегда удобно. Например, при решении задач на ЭВМ вся исходная информация должна быть переведена в математическую форму. Рассмотрим аналитические способы задания графов.

Способ а. Если задано множество вершин X и отображений Г, то в этом отображении каждой вершине $x_i \in X$ соответствует множество вершин графа, связанных с вершиной x_i ребрами. Отсюда определим граф $G = (X, \Gamma)$, где $\Gamma = \{\Gamma_{x_1}, \Gamma_{x_2}, \ldots, \Gamma_{x_n}\}$.

Для графа, показанного на рис. 5.1, *а* справедливы следующие соотношения:

$$X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}; \quad \Gamma_{x_1} = \{x_2, x_3, x_4, x_5\};$$
$$\Gamma_{x_2} = \{x_1, x_4, x_5\}; \quad \Gamma_{x_3} = \{x_1, x_5\};$$
$$\Gamma_{x_4} = \{x_1, x_2, x_5\}; \quad \Gamma_{x_5} = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}.$$

Способ б. Граф можно задать также с помощью двух множеств — множества вершин X, множества ребер U и предиката или инцидентора u_k, указывающего, какую пару вершин $x_i; x_j \in X$ соединяет то или иное ребро u_k:

$$G = \{X, U, F\},$$

где $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ — множество вершин; $U = \{u_1, u_2, \ldots, u_m\}$ — множество ребер; $F = \{x_i, u_k, x_j\}$ — предикат графа; $i = \overline{1, n}$; $j = \overline{1, n}$; $k = \overline{1, m}$.

Наиболее распространенным способом представления графов при решении задач автоматизированного проектирования является матричный способ. Каждый граф можно описать одной из трех матриц: смежности вершин, смежности ребер, инцидентности.

Матрица смежности вершин A — это квадратная матрица размером $n \times n$, где n — число вершин графа. Матрица смежности вершин

$$A = ||a_{ij}||_{n \times n},$$

где a_{ij} — элемент матрицы A, лежащий на пересечении i-й строки и j-го столбца, $i, j = \overline{1, n}$, причем

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } x_i \;\; R \;\; x_j; \\ 0, & \text{если } x_i \;\; \overline{R} \;\; x_j, \end{cases}$$

где R — бинарное отношение.

Если граф имеет кратные ребра, то числа 1 и 0 можно заменить кратностями ребер, соединяющих соответствующие вершины.

Матрица смежности ребер W — это квадратная матрица размером $m \times m$, где m — число ребер графа. Матрица смежности ребер

$$W = ||u_{ij}||_{m \times m},$$

где u_{ij} — элемент матрицы W, лежащий на пересечении i-й строки и j-го столбца, $i, j = \overline{1, m}$, причем

$$u_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } u_i \;\; R \;\; u_j; \\ 0, & \text{если } u_i \;\; \overline{R} \;\; u_j. \end{cases}$$

Матрица инцидентности S — это прямоугольная матрица размером $m \times n$, где n — число вершин графа; m — число ребер графа. Матрица инцидентности

$$S = ||s_{ij}||_{n \times m},$$

где s_{ij} — элемент матрицы S, лежащий на пересечении i-й строки и j-го столбца, $i = \overline{1, n}$; $j = \overline{1, m}$, причем

$$s_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } x_i \;\; R \;\; u_j; \\ 0, & \text{если } x_i \;\; \overline{R} \;\; u_j. \end{cases}$$

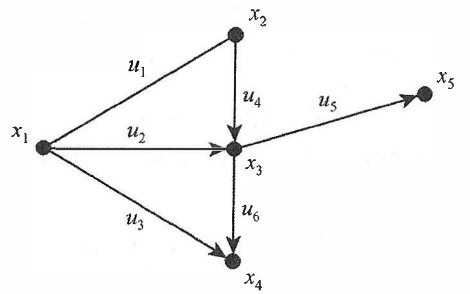
Для ориентированного графа можно принять следующие значения s_{ij}:

$$s_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } u_j \text{ исходит из } x_i; \\ -1, & \text{если } u_j \text{ заходит в } x_i; \\ 0, & \text{если } u_j \text{ не инцидентно } x_i. \end{cases}$$

Граф и описание этого графа с помощью перечисленных матриц изображены на рис. 5.10.

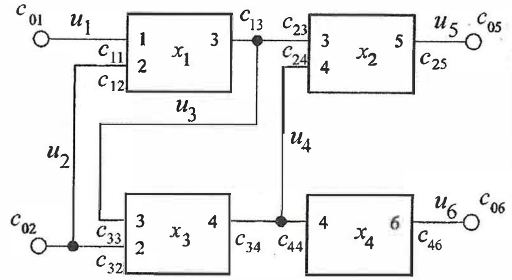
5.3. Формальное описание коммутационных схем

Учитывая характер основных задач конструирования, можно рассматривать исходную электрическую принципиальную схему как некоторое множество элементов $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$, соединенных между собой электрическими цепями из множества $U = \{u_1, u_2, \ldots, u_m\}$. Такое представление называется *схемой соединений*, или *коммутационной схемой* (КС) (рис. 5.11). Каждый элемент схемы имеет некоторое множество соединительных



$$A = \begin{array}{c} \\ \end{array}\begin{array}{c} \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \left\| \begin{matrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{matrix} \right\| \end{array} \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \quad W = \begin{array}{c} \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \left\| \begin{matrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{matrix} \right\| \end{array} \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \quad S = \begin{array}{c} \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \left\| \begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{matrix} \right\| \end{array} \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array}$$

Рис. 5.10. Граф и его матричное описание



№ цепи	Элемент	Выводы элементов
1	x_0, x_1	c_{01}, c_{11}
2	x_0, x_1, x_3	c_{02}, c_{12}, c_{32}
3	x_1, x_2, x_3	c_{13}, c_{23}, c_{33}
4	x_2, x_3, x_4	c_{24}, c_{34}, c_{44}
5	x_0, x_2	c_{05}, c_{25}
6	x_0, x_4	c_{06}, c_{46}

а *б*

Рис. 5.11. Вариант кодирования коммутационной схемы (*а*) и список ее соединений (*б*)

выводов $C_0 = \{c_{i1}, c_{i2}, \ldots, c_{in}\}$. Кроме выводов элементов в КС присутствуют внешние выводы $C_{0\text{разъема}}$. Для удобства будем считать, что эти выводы принадлежат фиктивному элементу x_0.

Существует несколько способов кодирования электрических принципиальных схем. Наиболее удобной формой кодирования является поэлементное описание схемы, когда для каждого задействованного вывода элемента указывается название подключенной к нему цепи. Цепям присваивают порядковые номера.

Для полноты описания необходимо ввести данные, определяющие, к какому конкретному выводу c_{ik} подходит электрическая цепь u_j, инцидентная x_i. Иными словами, следует задать описание инцидентности между тремя множествами: множеством цепей $U = \{u_1, u_2, \ldots, u_m\}$, элементов $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$, включая и разъемы, и выводов элементов $C_i = \{c_{i1}, c_{i2}, \ldots, c_{ik}\}$ (рис. 5.11, *а*).

Итак, в КС соединения осуществляются через вывод c_{ij} (где i — номер элемента; j — номер подключенной к нему цепи) образующие электрические цепи. *Цепь* — гальванически связанные между собой контакты элементов.

Два вывода схемы считают связными, если они объединяются одной электрической цепью (принадлежат одному эквипотенциалу).

Совокупность эквипотенциальных выводов схемы называется *комплексом*, а число выводов в комплексе — *размером комплекса*, или размером соответствующей цепи. Под *элементным комплексом* U_j' будем понимать подмножество элементов из $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$, соединенных цепью j $(j = 1, 2, \ldots, M)$, при условии, что всегда

$$K = \sum_{i=0}^{n} k_i = \sum_{j=1}^{M} \rho_j,$$

где k_i — число задействованных выводов элемента x_i; ρ_j — размер j-й цепи; K — общее число выводов в схеме; n — число элементов; M — число цепей.

Число элементов в комплексе называется *размером элементного комплекса*.

Коммутационную схему удобно представлять в виде списка соединений между элементами. Форма представления этого списка (рис. 5.11, *б*) может оказать существенное влияние как на удобство использования, так и на возможность проверки исходной информации.

Список соединений, включающий всю информацию о схеме, составляют на переходном этапе. В дальнейшем этот список должен быть преобразован в форму, удобную для разработки алгоритмов, на отдельных этапах решение задач конструирования.

Рассмотрим несколько способов описания электрических принципиальных схем графами.

Построение графа коммутационной схемы (ГКС). Введем вершины трех типов: X, C, U. Вершины X соответствуют элементам схемы, вершины C — выводам элементов, включая внешние выводы схемы, а вершины U — цепям (комплексам) схемы. Среди ребер различают элементные F и сигнальные W.

Элементные ребра определяют принадлежность выводов из множества C элементам из множества X и задаются парами вершин (x_i, c_k).

Сигнальные ребра W определяют вхождение выводов из C в отдельные цепи и описываются парами вершин (c_k, u_j).

Для рассматриваемой схемы ГКС будет иметь такой же вид, что и на рис. 5.12.

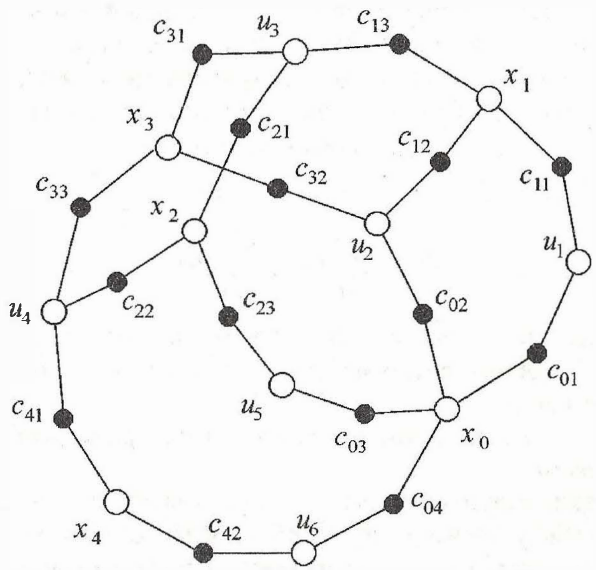


Рис. 5.12. Граф коммутационной схемы

Учитывая, что ГКС содержит вершины и ребра разных типов, его структуру удобнее описывать с помощью пары матриц A и B.

Матрица A представляет взаимосвязь цепей и выводов схемы и определяется следующим образом: $A = ||a_{ij}||_{M \times K}$, где M — число цепей; K — число выводов в схеме; элемент $a_{ij} = 1$, если вывод c_{ik} принадлежит цепи u_j, в противном случае $a_{ij} = 0$.

Для рассматриваемого графа матрица A имеет вид

$$A = \begin{array}{c} \\ u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccccccccccc} c_{01} & c_{02} & c_{03} & c_{04} & c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{41} & c_{42} \end{array} \\ \left\| \begin{array}{ccccccccccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right\| \end{array}.$$

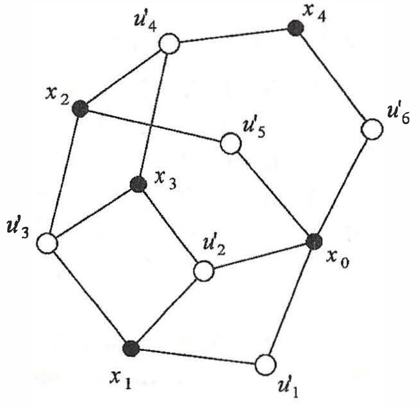
Каждый столбец матрицы содержит одну единицу, поскольку любой вывод может входить лишь в одну цепь. Число единиц в любой строке матрицы равно размеру соответствующей цепи.

Матрица $B = ||b_{ij}||_{n \times K}$ выделяет подмножества выводов, принадлежащие отдельным элементам. Элемент матрицы $b_{ij} = 1$, если вывод c_{ik} принадлежит элементу x_i, в противном случае $b_{ij} = 0$.

Для рассматриваемого графа матрица B имеет вид:

$$B = \begin{array}{c} \\ x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccccccccccc} c_{01} & c_{02} & c_{03} & c_{04} & c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{41} & c_{42} \end{array} \\ \left\| \begin{array}{ccccccccccccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right\| \end{array}.$$

В каждом столбце матрицы B содержится одна единица, поскольку любой вывод может относиться лишь к одному элементу. Число единиц в любой строке равно числу соответствующих выводов на соответствующем элементе. Модель в виде ГКС используют при задании полной информации о схеме в процессе автоматизированного конструирования. При алгоритмическом решении отдельных задач конструирования удобнее пользоваться упрощенными моделями рассматриваемых схем. Так, при компоновке узлов можно отождествить наборы выводов C_i с самими элементами x_i. В результате этого преобразования комплексы U_j переходят в элементные комплексы U'_j, что соответствует в ГКС «стягиванию» определенных подмножеств вершин из C в вершины из X



$$Q = \begin{array}{c} \\ x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array} \begin{Vmatrix} u'_1 & u'_2 & u'_3 & u'_4 & u'_5 & u'_6 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{Vmatrix}$$

Рис. 5.13. Граф элементных комплексов

и устранению элементных ребер F. Полученную модель схемы будем называть *графом элементных комплексов* (ГЭК).

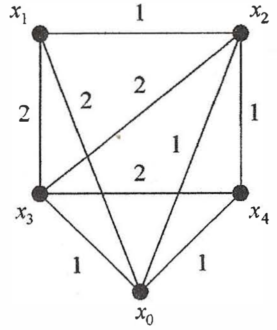
Для рассматриваемой схемы ГЭК имеет такой же вид, что и на рис. 5.13. Для описания ГЭК удобно пользоваться матрицей $Q = ||q_{ij}||_{n\times M}$, строки которой соответствуют элементам x_i, а столбцы — элементным комплексам U'_j. Значение $q_{ij} = 1$, если элемент x_i входит в комплекс (связан с j-й цепью), в противном случае $q_{ij} = 0$.

Число единиц в любой строке матрицы равно числу цепей, связанных с соответствующим элементом.

Заметим, что между матрицей Q и введенными ранее для описания ГЭК матрицами A и B существует простая связь: $Q = BA'$, где A' — транспонированная матрица A.

Расчет оптимальных конфигураций соединений составляет основу для разработки схем проводного и печатного монтажа. Поэтому рассмотрим некоторые свойства графов монтажных соединений и, в частности, задание *«степени связности»* элементов друг с другом.

Один из способов состоит в следующем. Подсчитаем для каждой пары элементов число связывающих их цепей. Далее построим граф $G = (X, U)$, в котором вершины x_i соответствуют элементам, ребра u_{ij} с приписанными к ним весами r_{ij} $(r_{ij} > 0)$



$$R = \begin{array}{c} \\ x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array} \begin{Vmatrix} x_0 & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{Vmatrix}$$

Рис. 5.14. Взвешенный граф схемы

определяют количество цепей между элементами x_i и x_j. Полученный граф называется *взвешенным графом схемы* (ВГС) и имеет такой же вид, что и на рис. 5.14. В общем случае ВГС может быть описан матрицей соединений $R = ||r_{ij}||_{n\times n}$, строки и столбцы которой соответствуют элементам схемы, а r_{ij} равен весу, приписанному соединению элементов x_i и x_j. Матрица R — симметричная, с нулевой главной диагональю $(r_{ii} = 0;\ i = 1, 2, \dots, n)$. Для рассматриваемого графа матрица R имеет вид, показанный на рис. 5.14.

Между матрицей соединений R и матрицей комплексов Q существует простая связь:

$$R = Q \cdot Q',$$

где Q' — транспонированная матрица Q.

Для широкого класса схем матричная форма представления связности элементов явно неэкономна [4]. Наиболее компактная форма задания связи элемента x_i с элементом x_j графа $G = (X, U)$ — аналитическая, когда задано множество вершин X и отображений Γ в виде расширенной таблицы соединений (РТС). Однако из табличной формы записи (см. ниже) сложнее организовать оперативную выборку нужных элементов.

Для ввода в ЭВМ РТС представляют в виде следующих массивов:

- массив отображений вершин $Z[1:P]$;
- массив числа отображений вершин $W[1:P]$;

	x_0				x_1			x_2			x_3				x_4		
$Z[1:P]$	1	2	3	4	0	2	3	0	1	3	0	1	2	4	0	2	3
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17

$W[1:P]$	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	2	1	1	2
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17

$V[1:l]$	4	7	10	14	1
	1	2	3	4	5

– массив границ отображений Γ_{x_i} элементов x_i графа G

Рис. 5.15. Расширенная таблица соединений

• массив границ отображений $V[1:l]$, где l — число границ отображений Γ_{x_i} вершин X, P —- объем массива Z и W.

Состояние РТС ВГС (см. рис. 5.14) может быть представлено в табличной форме (рис. 5.15).

Очевидно, что длина массивов Z и W составит P ячеек. Для оперативной выборки подмножеств Γ_{x_i} организуется вспомогательный адресный массив $V[1:l]$, содержащий l информативных строк, в i-й строке которого содержатся начальный или конечный адреса i-го подмножества Γ_{x_i}. Адресный массив позволяет организовать на множестве z и W любые алгоритмические процедуры, по скорости выполнения аналогичные матричным операциям.

СТРУКТУРА ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ ПО ТЕМЕ «АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ»

Исходная информация для решения задач конструкторского проектирования — электрическая принципиальная схема. Представить электрическую принципиальную схему в виде списка цепей — наиболее удобной форме для дальнейших формальных преобразований исходной информации с применением ЭВМ.

Формализация схемы электрической принципиальной для решения задач автоматизированного проектирования состоит в следующем:

а) преобразовать заданную электрическую принципиальную схему в КС;

б) представить КС в виде списка соединений (цепей);

в) для КС построить модель в виде ГКС и представить ее матрицами A и B;

г) преобразовать ГКС в ГЭК и представить его матрицей Q;

д) преобразовать ГЭК в ВГС и представить его матрицей R;

е) разработать расширенную таблицу соединений ВГС и представить ее в форме массивов для ввода в ЭВМ.

2. Варианты алгоритмов преобразования исходной информации в виде списка цепей в различные формы представления:

а) преобразование списка цепей в матрицу A;

б) преобразование списка цепей в матрицу B;

в) преобразование списка цепей в матрицу Q;

г) преобразование списка цепей в матрицу R;

д) преобразование списка цепей в РТС в форме массивов отображений вершин Z, W, V.

КОНТРОЛЬНЫЙ ПРИМЕР

Рассмотрим пример выполнения домашнего задания по теме «Автоматизация проектирования электронной аппаратуры». Пример состоит из двух частей. В первой части происходит формализация исходной информации — электрической принципиальной схемы в соответствии с задачами проектирования. Во второй части приводится вариант схемы алгоритма для решения поставленной задачи.

П2.1. Формализация исходной информации

Постановка задачи. Для заданного варианта представить электрическую принципиальную схему в виде списка цепей и преобразовать в КС. Для КС построить модель в виде ГКС, представить в виде матриц A и B. Преобразовать ГКС в ГЭК, представить в виде матрицы Q. Построить ВГС, представить в виде матрицы R и РТС.

Исходные данные. Электрическая принципиальная схема функционального узла представлена на рис. П2.1.

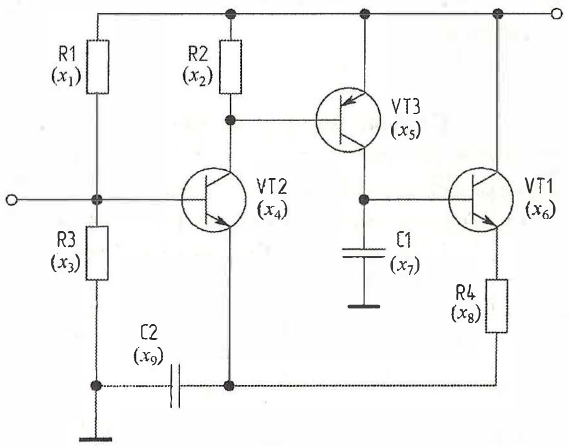


Рис. П2.1. Электрическая принципиальная схема функционального узла

Коммутационная схема. Представим связи между элементами функционального узла в виде коммутационной схемы (рис П2.2).

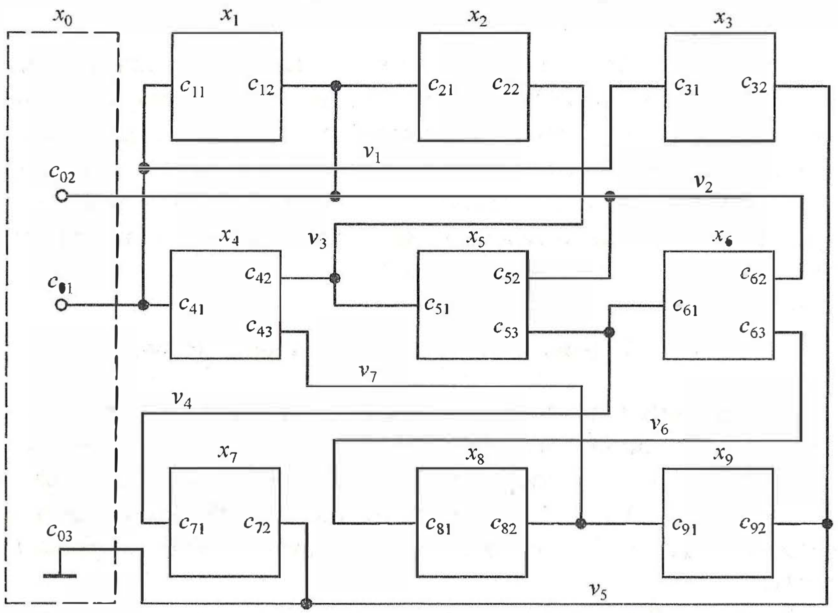


Рис. П2.2. Коммутационная схема функционального узла

Представим список цепей и подключений в коммутационной схеме в виде таблицы:

Таблица П2.1

Список цепей (соединений)

Цепь	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7
Контакты	$x_0 : c_{01}$ $x_1 : c_{11}$ $x_3 : c_{31}$ $x_4 : c_{41}$	$x_0 : c_{02}$ $x_1 : c_{12}$ $x_2 : c_{21}$ $x_5 : c_{52}$ $x_6 : c_{62}$	$x_2 : c_{22}$ $x_4 : c_{42}$ $x_5 : c_{51}$	$x_5 : c_{53}$ $x_6 : c_{61}$ $x_7 : c_{71}$	$x_0 : c_{03}$ $x_3 : c_{32}$ $x_7 : c_{72}$ $x_9 : c_{92}$	$x_6 : c_{63}$ $x_8 : c_{81}$	$x_4 : c_{43}$ $x_8 : c_{82}$ $x_9 : c_{91}$

Граф коммутационной схемы. Представим коммутационную схему в виде неориентированного графа (рис. П2.3).

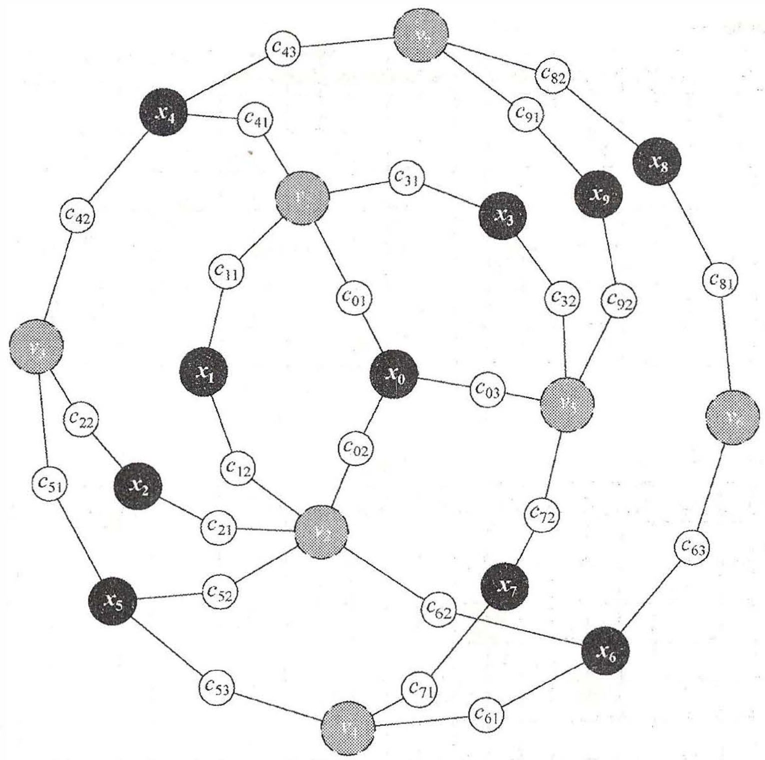


Рис. П2.3. Граф коммутационной схемы

Матрица A представляет собой взаимосвязь цепей и выводов схемы:

$$A = ||a_{ij}||_{M\times K},\quad a_{ij} = \begin{cases} 1; & c_j \in v_i \\ 0; & c_j \notin v_i, \end{cases} \qquad (\text{П}2.1)$$

где M — число цепей схемы; K — число выводов схемы.

Матрица B выделяет подмножество выводов, принадлежащих отдельным элементам схемы.

$$B = ||b_{ij}||_{n\times K},\quad b_{ij} = \begin{cases} 1; & c_j \in x_i \\ 0; & c_j \notin x_i, \end{cases} \qquad (\text{П}2.2)$$

где n — число элементов схемы; K — число выводов схемы.

С учетом выражений (П2.1) и (П2.2) запишем соответственно матрицы A и B:

Матрица A

A	c_{01}	c_{02}	c_{03}	c_{11}	c_{12}	c_{21}	c_{22}	c_{31}	c_{32}	c_{41}	c_{42}	c_{43}	c_{51}	c_{52}	c_{53}	c_{61}	c_{62}	c_{63}	c_{71}	c_{72}	c_{81}	c_{82}	c_{92}	c_{93}
v_1	1			1				1		1														
v_2		1			1	1								1			1							
v_3							1				1		1											
v_4															1	1			1					
v_5			1						1											1				1
v_6																		1			1			
v_7												1										1	1	

Матрица B

B	c_{01}	c_{02}	c_{03}	c_{11}	c_{12}	c_{21}	c_{22}	c_{31}	c_{32}	c_{41}	c_{42}	c_{43}	c_{51}	c_{52}	c_{53}	c_{61}	c_{62}	c_{63}	c_{71}	c_{72}	c_{81}	c_{82}	c_{92}	c_{93}
x_0	1	1	1																					
x_1				1	1																			
x_2						1	1																	
x_3								1	1															
x_4										1	1	1												
x_5													1	1	1									
x_6																1	1	1						
x_7																			1	1				
x_8																					1	1		
x_9																							1	1

Граф элементных комплексов. Исключим из графа коммутационной схемы вершины графа $c_{01}, \ldots, c_{93}$, соответствующие выводам элементов, и построим граф элементных комплексов (рис. П2.4).

На основе графа элементных комплексов составим матрицу Q:

$$Q = ||q_{ij}||_{n \times M}, \quad q_{ij} = \begin{cases} 1; & x_i \in v_j \\ 0; & x_i \in v_j, \end{cases} \qquad \text{(П2.3)}$$

где M — число цепей схемы; n — число элементов схемы.

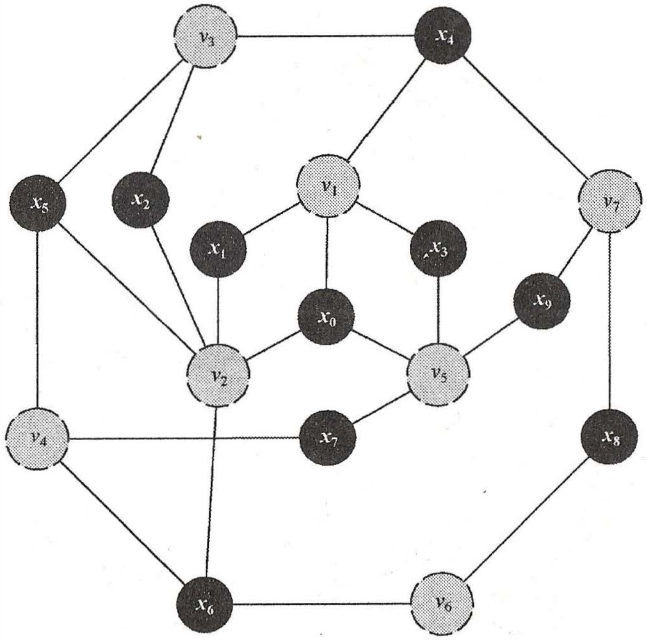


Рис. П2.4. Граф элементных комлексов

Матрица Q

Q	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7
x_0	1	1			1		
x_1	1	1					
x_2		1	1				
x_3	1				1		
x_4	1		1				1
x_5		1	1	1			
x_6		1		1		1	
x_7				1	1		
x_8						1	1
x_9					1		1

Взвешенный граф схемы. Исключим из графа элементных комплексов вершины, соответствующие цепям схемы, и построим взвешенный граф схемы (рис. П2.5).

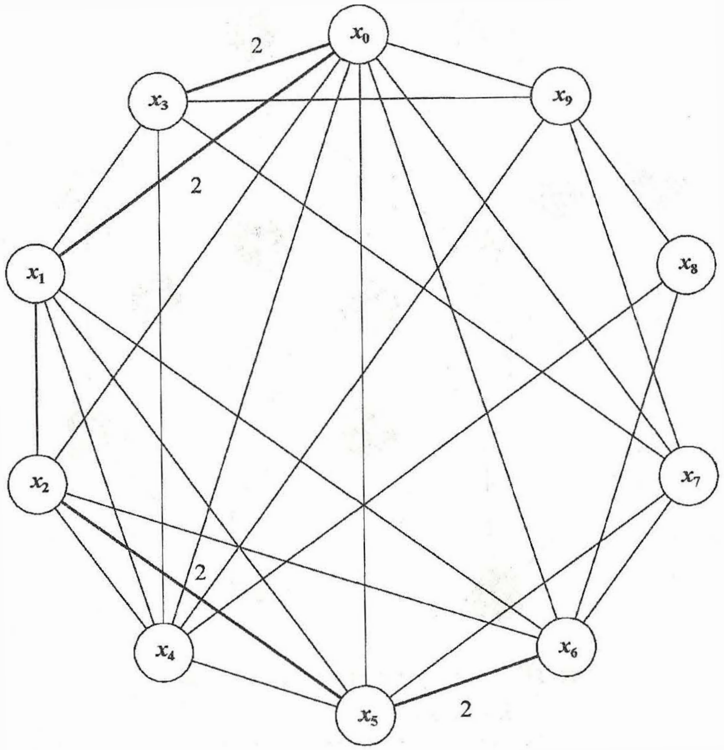


Рис. П2.5. Взвешенный граф схемы

На основе взвешенного графа схемы составим матрицу R:

$$R = ||r_{ij}||_{n \times n}, \qquad (\text{П}2.4)$$

где n — число элементов схемы.

Расширенная таблица соединений. На основе матрицы R запишем множество отображений элементов:

$\Gamma_{x_0} = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9\}$;
$\Gamma_{x_1} = \{x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$;
$\Gamma_{x_2} = \{x_0, x_1, x_4, x_5, x_6\}$;
$\Gamma_{x_3} = \{x_1, x_2, x_4, x_7, x_9\}$;
$\Gamma_{x_4} = \{x_0, x_1, x_2, x_3, x_5, x_8, x_9\}$;
$\Gamma_{x_5} = \{x_0, x_1, x_2, x_4, x_6, x_7\}$;
$\Gamma_{x_6} = \{x_0, x_1, x_2, x_5, x_7, x_8\}$;
$\Gamma_{x_7} = \{x_0, x_3, x_5, x_6, x_9\}$;
$\Gamma_{x_8} = \{x_4, x_6, x_9\}$;
$\Gamma_{x_9} = \{x_0, x_3, x_4, x_7, x_8\}$.

Матрица R:

R	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
x_0		2	1	2	1	1	1	1		1
x_1	2		1	1	1	1	1			
x_2	1	1			1	2	1			
x_3	2	1			1			1		1
x_4	1	1	1	1		1			1	1
x_5	1	1	2		1		2	1		
x_6	1	1	1			2		1	1	
x_7	1			1		1	1			1
x_8					1		1			1
x_9	1			1	1			1	1	

Представим расширенную таблицу связей и массивы отображений вершин Z, W для ввода в ЭВМ.

Расширенная таблица соединений

№ п/п	Элемент	$Z(56)$	$W(56)$
1	x_0	$1(x_1)$	2
2		$2(x_2)$	1
3		$3(x_3)$	2
4		$4(x_4)$	1
5		$5(x_5)$	1
6		$6(x_6)$	1
7		$7(x_7)$	1
8		$9(x_9)$	1
9	x_1	$0(x_0)$	2
10		$2(x_2)$	1
11		$3(x_3)$	1
12		$4(x_4)$	1
13		$5(x_5)$	1
14		$6(x_6)$	1
15	x_2	$0(x_0)$	1
16		$1(x_1)$	1
17		$4(x_4)$	1
18		$5(x_5)$	2
19		$6(x_6)$	1

Окончание таблицы

№ п/п	Элемент	$Z(56)$	$W(56)$
20	x_3	$0(x_0)$	2
21		$1(x_1)$	1
22		$4(x_4)$	1
23		$7(x_7)$	1
24		$9(x_9)$	1
25	x_4	$0(x_0)$	1
26		$1(x_1)$	1
27		$2(x_2)$	1
28		$3(x_3)$	1
29		$5(x_5)$	1
30		$8(x_8)$	1
31		$9(x_9)$	1
32	x_5	$0(x_0)$	1
33		$1(x_1)$	1
34		$2(x_2)$	2
35		$4(x_4)$	1
36		$6(x_6)$	2
37		$7(x_9)$	1
38	x_6	$0(x_0)$	1
39		$1(x_1)$	1
40		$2(x_2)$	1
41		$5(x_5)$	2
42		$7(x_7)$	1
43		$8(x_8)$	1
44	x_7	$0(x_0)$	1
45		$3(x_3)$	1
46		$5(x_5)$	1
47		$6(x_6)$	1
48		$9(x_9)$	1
49	x_8	$4(x_4)$	1
50		$6(x_6)$	1
51		$9(x_9)$	1
52	x_9	$0(x_0)$	1
53		$3(x_3)$	1
54		$4(x_4)$	1
55		$7(x_7)$	1
56		$8(x_8)$	1

На основе расширенной таблицы запишем массив конца отображений V:

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$V(10)$	8	14	19	24	31	37	43	48	51	56

П2.2. Схема алгоритма

Постановка задачи. Разработать алгоритм определения количества выводов j-й цепи по матрице A (см. выше).

Представление алгоритма. Алгоритм рекомендуется сопровождать комментариями, например пояснением назначения вводимых переменных.

Схема алгоритма определения количества выводов j-й цепи представлена на рис. П2.6.

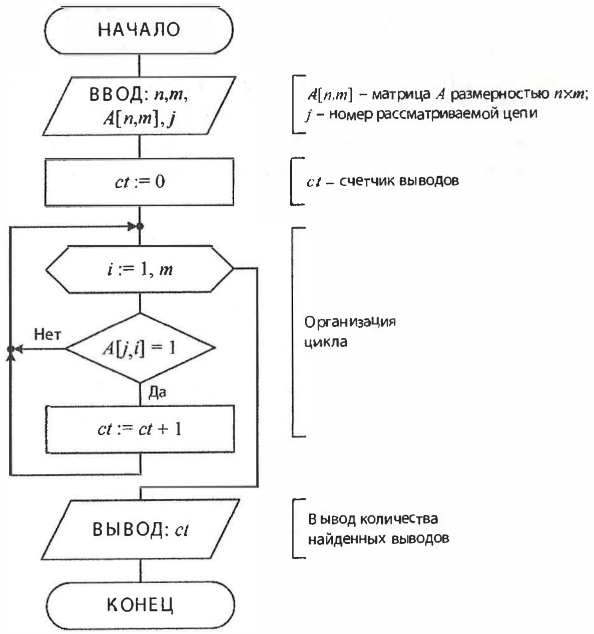


Рис. П2.6. Схема алгоритма подсчета выводов j-й цепи

ЛИТЕРАТУРА

1. *Алексеев В.Г., Лукин К.Б., Напалков Э.С.* Алгоритмизация проектирования технологических процессов производства ЭВА и РЭА : Метод. указания для курсового и дипломного проектирования по курсу «Автоматизация проектирования конструкций и технологических процессов ЭВА и РЭА». М.: МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1985. 35 с.

2. *Алексеев В.Г., Камышная Э.Н., Усачев В.П.* Автоматизированная компоновка схем ЭВА и РЭА по конструктивным модулям первого уровня : Метод. указания по курсовому и дипломному проектированию. М.: Изд-во МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1988. 40 с.

3. *Норенков И.П.* Основы автоматизированного проектирования. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. 360 с.

4. *Петренко А.И., Тетельбаум А.Я.* Формальное конструирование электронно-вычислительной аппаратуры. М.: Сов. радио, 1979. 256 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебное издание

Камышная Эмилия Николаевна
Маркелов Виктор Васильевич
Соловьев Владимир Анатольевич

ФОРМАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПРИНЦИПИАЛЬНЫХ СХЕМ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ

Редактор *С.А. Серебрякова*
Корректор *Л.С. Горбенко*
Компьютерная верстка *В.И. Товстоног*

Подписано в печать 16.03.2011. Формат 60×84/16.
Усл. печ. л. 2,79. Тираж 100 экз. Изд. № 64.
Заказ 221

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана.
Типография МГТУ им. Н.Э. Баумана.
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., 5.

ДЛЯ ЗАМЕТОК