

Министерство высшего и среднего специального образования СССР

Московское ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции  
и ордена Трудового Красного Знамени  
высшее техническое училище им. Н. Э. Баумана

---

А. К. Еськин, Л. Е. Зиновьев, В. В. Маркелов

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ ПО КУРСУ  
«СБОРКА, НАЛАДКА И ИСПЫТАНИЯ ЭВА»**

Данные методические указания издаются в соответствии с учебным планом.

Рассмотрены и одобрены кафедрой П-8 12.11.81 г., Методической комиссией факультета П и Учебно-методическим управлением.

Рецензент к.т.н., доц. Богатырев Э.Г.



Московское высшее техническое училище  
имени Н.Э.Баумана

Методические указания посвящены вопросам обеспечения точности при сборке функциональных узлов и блоков ЭВА.

В них рассматриваются вопросы построения математических моделей электронных узлов, дается характеристика различных методов анализа точности. Предлагается методика анализа точности электронных и электромеханических узлов ЭВА, кинематических, магнитных и механических цепей ЭВА.

Методики доведены до инженерных формул.

Приводятся примеры анализа точности кинематической цепи устройства ЭВА и электронного узла ЭВА. Разработан обобщенный алгоритм для анализа точности узлов ЭВА различного функционального назначения.

Редактор Л.И.Толстой

Корректор Л.И.Малютина

---

Заказ 683 Объем 2,25 п.л.+1 вкл. (2,25 уч.-изд. л.) Тираж 200 экз.  
Бесплатно Подписано к печати 12.04.82 г. План 1982 г., № 78

---

Типография МВТУ. 107005, Москва, Б-5, 2-я Бауманская, 5.

## **ВВЕДЕНИЕ**

В процессе изготовления устройств ЭВА требуется обеспечить заданную точность выходных параметров, которая устанавливается техническими требованиями. При сборке изделий ЭВА выполнение этих условий обеспечивается различными способами в зависимости от гарантируемой погрешности комплектующих элементов (электрорадиоэлементов, деталей микросхем и т.д.). Поэтому при реализации процессов сборки изделий ЭВА требуется обосновать метод сборки, который оптимально с технической и экономической точек зрения обеспечивал бы заданную точность выходных параметров. Это значит, что при сборке устройств ЭВА желательно использовать менее дорогостоящие комплектующие элементы с возможно более широкими допусками, которые удовлетворяли бы заданным техническим требованиям.

Все сказанное вызывает необходимость проведения подробного анализа точности выходных параметров, хотя их предельно допустимые отклонения заданы разработчиками или конструкторами. В общем случае при анализе точности нужно учитывать и условия эксплуатации изделий ЭВА. Обычно анализ выполняется на основе математических моделей функциональных узлов и устройств, с помощью которых удается получить аналитическую связь выходных параметров с комплектующими элементами. Для сложных электронных устройств явные модели получить затруднительно, поэтому используют машинные методы моделирования и анализа точности.

В общем случае приходится оценивать точность механических, электромеханических и электронных узлов и устройств. При этом в качестве выходных параметров можно принять угловые и линейные размеры (зазоры), а также различные физические величины: ток, напряжение, частоту, время и т.д.

В данных методических указаниях рассматриваются в основном методы анализа функциональных узлов ЭВА с использованием ЭВМ. Методические указания предназначены для выполнения домашних заданий по курсу "Сборка, наладка и испытания ЭВА",

### § 1. Общие требования к выполнению домашних заданий

Известно, что вычислительные комплексы состоят из большого числа устройств разного типа. Они включают как механические и электромеханические, так и электронные устройства. Поэтому в общем случае возникают и задачи анализа точности цепей механических сборочных размерных, электромеханических и кинематических, а также выходных параметров электронных устройств. Первая часть домашнего задания включает анализ электромеханических и кинематических сборочных размерных цепей, вторая - анализ выходных параметров электронных функциональных узлов. Наиболее сложна и трудоемка вторая часть домашнего задания.

Исходными данными при выполнении домашнего задания являются:

а) сборочный чертеж функционального узла или полного электромеханического устройства, на основании которого составляется сборочная размерная цепь; в ней указывается замыкающее звено, на которое и установлены предельно допустимые отклонения;

б) кинематическая схема устройства с указанием межосевых расстояний и угловых погрешностей комплектующих элементов (деталей, зубчатых колес, шкивов и т.д.), а также (в общем случае) статическая и динамическая неуравновешенность вращающихся масс;

в) математическая модель функционального узла или аналитическое выражение, устанавливающее функциональную связь между выходным параметром и комплектующими элементами, от которых этот параметр зависит;

г) статистические законы распределения производственных погрешностей и предельно допустимые отклонения, гарантируемые техническими условиями на все детали и электрорадиоэлементы (ЭРЭ), входящие в анализируемые сборочные единицы;

д) условия эксплуатации изделия, т.е. воздействующие климатические и механические факторы (если требуется определить эксплуатационную точность выходных параметров).

На основании данных составляются необходимые уравнения, определяющие номинальные размеры замыкающих звеньев электромеханических и механических сборочных единиц, а также номинальные значения указанных звеньев кинематических цепей. Если сборка выполняется по методу полной взаимозаменяемости, то по известным соотношениям при заданной погрешности комплектующих элементов (деталей) определяются предельно допустимые отклонения замыкающего звена сборочной размерной цепи. Полученные значения отклонений сравниваются с заданными техническими условиями (ТУ). В предположении, что заданные ТУ не выполняются или, что то же самое, допуск на выходной параметр уменьшен (заужен), при известных законах распределения необходимо рассчитать средневероятностное значение выходного параметра. При этом величина риска появления *брака* также может быть заданной или определена в результате расчетов.

В конечном итоге на этом этапе решения задачи требуется обосновать наиболее выгодный метод сборки, включая и возможность применения селективной сборки.

При анализе электронных устройств наиболее важный и трудоемкий процесс - нахождение коэффициентов влияния, которые являются значениями функций чувствительности при определенных частотах (определенных моментах времени).

В общем случае постановка задачи может формулироваться в двух вариантах. Первый предполагает, что технические требования на выходные параметры электронных устройств и допустимые отклонения комплектующих элементов уже определены, и требует оценить точность выходных параметров и сравнить их с заданными ТУ. Аналогично этому для механических и электромеханических сборочных единиц заданными для первого варианта являются допустимые отклонения замыкающих звеньев сборочной размерной цепи и допуски на все детали. В этом случае требуется оценить точность замыкающего звена и сравнить ее с заданным ТУ, затем сделать заключение о годности рассматриваемой сборочной единицы. В случае же кинематических цепей могут быть заданы допустимые отклонения скорости перемещения, угловые положения подвижных деталей механизма, допустимые погрешности звеньев механизма. Тогда требуется также оценить количественно точность параметров и сопоставить с заданными допусками.

Второй вариант постановки задачи предполагает, что заданы только предельно допустимые отклонения выходных параметров для механических, электромеханических, кинематических и электрических цепей. Здесь требуется определить допустимые отклонения параметров всех деталей или ЭРЭ, чтобы обеспечить заданную точность выходных параметров. В этом случае решается задача синтеза допусков, которая не имеет единственного решения, так как часто невозможно получить математическую модель устройства с числом уравнений, равным числу комплектующих элементов, допуски на которые необходимо определить. Только в некоторых частных случаях, для простейших функциональных узлов или трехзвенных механических соединений, с учетом технологических ограничений можно однозначно определить величины допусков на составляющие звенья или на ЭРЭ. Примером таких узлов и соединений могут служить катодные повторители

тели, соединения типа вал-втулка.

На практике такие задачи решаются методом последовательного приближения, т.е. методом подбора комплектующих элементов в соответствии с гарантируемыми ТУ, Указанный вариант постановки задачи является наиболее трудоемким и сложным.

Поскольку домашнее задание в основном предполагает анализ различных цепей, то наиболее подробно рассмотрим методику решения этих задач.

Выполненное домашнее задание должно содержать:

- 1) сборочный чертеж узла, механизма;
- 2) математическую модель узла, механизма;
- 3) графическое изображение размерной цепи сборочной единицы;
- 4) графическое изображение законов распределения погрешностей;
- 5) основные расчетные соотношения и полученные результаты анализа;
- 6) графическое изображение расчетных значений отклонений выходных параметров;
- 7) алгоритм и программу решения задачи на ЭВМ.

## § 2. Построение математических моделей активных ЭРЭ и функциональных узлов.

### Общие замечания

Проблема обеспечения заданных ТУ, с учетом возрастающей сложности функциональных узлов ЗВА и широкого применения ЗВА для решения различных задач, является сложной и очень актуальной.

Как указывалось ранее, при производстве функциональных узлов, чтобы получить требуемую точность выходных характеристик, необходимо решить две основные взаимосвязанные задачи:

- а) анализа точности выходных параметров;
- б) синтеза допусков ЭРЭ, обеспечивающих заданную точность.

При решении задач анализа точности объект исследования может быть представлен математической или физической моделью. Кроме того, анализ возможно провести на реальном изделии.

В качестве математической модели используются алгебраические или дифференциальные уравнения (системы уравнений),

неравенства, логические условия, операторы и т.д. Применение математических моделей позволяет проводить исследование при отсутствии реального объекта на ранних стадиях проектирования и осуществить широкое применение ЭВМ при анализе точности.

### 2.1. Модели активных ЭРЭ

Практически любой функциональный узел имеет активные элементы (диоды, транзисторы). Поэтому при составлении математической модели функционального узла необходимо знать математическую модель активного элемента. Рассмотрим математическую модель выпрямляющего диода.

В законченном виде математическая модель диода представляет зависимость между током диода и приложенным внешним напряжением в виде аналитического выражения или эквивалентной схемы.

Перейдем к рассмотрению математической модели диода, выражающей зависимость тока через p-n-переход от приложенного внешнего напряжения.

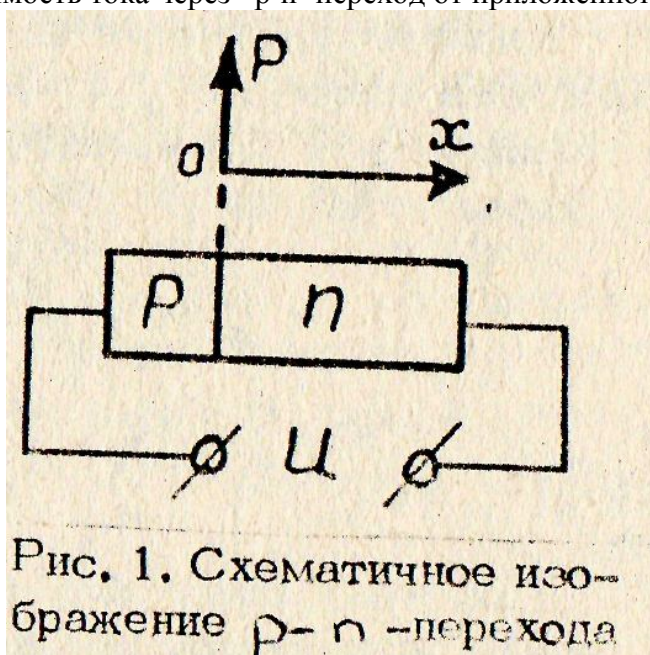


Рис. 1. Схематичное изображение p-n-перехода

Пусть для диода (рис. 1) концентрация дырок в p-области ( $p_p$ ) много больше концентрации элементов в n) n-области ( $n_n$ ). Положим далее, что области p и n легированы равномерно, p-n-переход ступенчатый (резкий) и все внешнее напряжение приложено к этому переходу, т.е. пренебрежем объемным сопротивлением базовой n-области диода. Кроме того, будем считать, что внешнее напряжение не создает в полупроводнике сильного электрического поля, поэтому дрейфовыми составляющими тока через p-n-переход можно пренебречь. При сделанных допущениях, решая диффузионное уравнение (см. [2]), для стационарного режима получаем распределение  $\Delta p(x, u)$  концентрации избыточных дырок в базе вдоль оси x в зависимости от приложенного к p-n-переходу напряжения u:

$$\Delta p(x, u) = p_0 \left( e^{u/\varphi_T} - 1 \right) e^{-x/L_p},$$

где  $L_p = \sqrt{D_p \tau}$  - диффузионная длина дырок.

Таким образом, записанное уравнение можно считать математической моделью диода. Однако на практике чаще используют зависимость тока от напряжения. Для этого уравнение математической модели диода необходимо продифференцировать по  $x$ . В результате получаем распределение плотности диффузионной составляющей дырочного тока

$$j_p(x, u) = \frac{q \cdot D_p \cdot p_0}{L_p} (e^{u/\varphi_T} - 1) e^{-x/L_p} \quad (1)$$

Следует отметить, что  $j_p$  согласно уравнению (1) является функцией пространственной координаты  $x$ . Использование математической модели в таком виде значительно усложняет анализ точности функциональных узлов даже при использовании быстродействующих ЦВМ, так как наличие дополнительной пространственной переменной приводит к необходимости решать уравнения в частных производных, что требует больших затрат машинного времени. С целью уменьшения затрат машинного времени полагают, что все носители сконцентрированы р-п-переходе, т.е. в уравнении (1) величина  $x=0$ .

Аналогично уравнению (1) получаем функцию  $j_n(x, u)$ . Складывая значения  $j_p(x)$  и  $j_n(u)$  и умножая результат на площадь  $S$  р-п-перехода получаем уравнение вольтамперной характеристики р-п-перехода:

$$i = J_0 (e^{u/\varphi_T} - 1), \quad (2)$$

где  $J_0 = q \cdot S \left( \frac{D_p}{L_p} p_0 + \frac{D_n}{L_n} n_0 \right)$  - ток насыщения, или тепловой ток.

Таким образом, получена математическая модель диода, которая представляет собой уравнение (2).

Перейдем к рассмотрению математической модели транзистора. В законченном виде математическая модель транзистора, как и в случае диода, должна представлять зависимость между токами транзистора и внешними напряжениями. Эту зависимость можно найти, если известна плотность токов, протекающих через эмиттерный и коллекторный р-п-переходы. Для определения плотности тока необходимо знать законы распределения концентрации носителей и напряженности поля в полупроводнике. Для транзисторов эта задача более сложная, чем для диодов, из-за необходимости учитывать инерционный процесс движения носителей от эмиттера к коллектору через область базы, параметры которой имеют распределенный характер,



В общем случае для нахождения законов распределения концентрации носителей и напряженности поля в базе необходимо решить уравнение непрерывности [2], т.е. дифференциальное уравнение в частных производных. Точное решение этого уравнения содержит сложные функции (бесконечные ряды), которые затруднительно использовать не только при аналитическом, но и при машинном анализе точности функциональных узлов.

Поэтому основное направление в работе над математическими моделями транзисторов - устранение пространственной переменной таким образом, чтобы перейти от дифференциальных уравнений в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям. В результате этого получаются модели, которые различаются в зависимости от принятых при преобразовании допущений.

Не акцентируя внимания на допущениях, проанализируем математическую модель транзистора, которая наиболее часто встречается на практике. Ее называют математической моделью Эберса-Молла.

Рассмотрим бездрейфовый симметричный транзистор, в базе которого ток распространяется вдоль одной оси  $X$ , направленной от эмиттера к коллектору (одномерный случай), а для базы выполняется условие нейтральности объемного заряда.

В этом случае прямое решение диффузионного уравнения для симметричного транзистора с проводимостью  $p$ - $n$ - $p$  можно найти в виде следующей зависимости токов эмиттерного  $i_E$  и коллекторного  $i_K$  переходов от концентрации  $P_E$ ,  $P_K$  носителей у границ переходов:

$$\left. \begin{aligned} i_E(s) &= A_{11}(s)P_E(s) + A_{12}(s)P_K(s); \\ i_K(s) &= A_{21}(s)P_E(s) + A_{22}(s)P_K(s); \\ A_{11} &= A_{22} = \frac{q \cdot S_B \cdot D_p}{L_p} (1 + s \cdot \tau_p)^{\frac{1}{2}} \operatorname{cth} \left[ \frac{W}{L_p} (1 + s \cdot \tau_p)^{\frac{1}{2}} \right]; \\ A_{21} &= A_{12} = -\frac{q \cdot S_B \cdot D_p}{L_p} (1 + s \cdot \tau_p)^{\frac{1}{2}} \operatorname{csh} \left[ \frac{W}{L_p} (1 + s \cdot \tau_p)^{\frac{1}{2}} \right]; \end{aligned} \right\} (3)$$

где  $S_B$  - площадь поперечного сечения базы;  
 $W$  - ширина базы;  
 $s$  - оператор Лапласа.

Окончательный вид уравнений, представляющих вольтамперные характеристики биполярного транзистора, таков:

$$i_{\text{э}} = \frac{J_{\text{э0}}}{1 - \alpha_N \alpha_J} \left( e^{\frac{u_{\text{э}}}{\varphi_T}} - 1 \right) - \frac{\alpha_J J_{\text{к0}}}{1 - \alpha_N \alpha_J} \left( e^{\frac{u_{\text{к}}}{\varphi_T}} - 1 \right); \quad (4)$$

$$i_{\text{к}} = \frac{\alpha_N J_{\text{э0}}}{1 - \alpha_N \alpha_J} \left( e^{\frac{u_{\text{э}}}{\varphi_T}} - 1 \right) - \frac{J_{\text{к0}}}{1 - \alpha_N \alpha_J} \left( e^{\frac{u_{\text{к}}}{\varphi_T}} - 1 \right), \quad (5)$$

где  $u_{\text{э}}, u_{\text{к}}$  — соответственно напряжения на эмиттерном и коллекторном переходах;

$\alpha_N, \alpha_J$  — соответственно коэффициенты усиления по току в нормальном и инверсном режимах.

Уравнения (4) и (5) называются уравнениями Эберса-Молла и являются математической моделью транзистора. Следует отметить, что уравнения Эберса-Молла справедливы для всех режимов работы транзистора.

Уравнения Эберса-Молла описывают статический режим идеализированного транзистора. Реальный транзистор отличается от идеализированного тем, что объемные области базы, эмиттера и коллектора имеют конечные сопротивления, а коэффициент усиления по току не постоянен и зависит от тока эмиттера.

Эти недостатки частично устраняются в физической модели транзистора (рис. 2) путем включения сопротивлений  $r_b, r'_b, r'_k$  моделирующих объемные сопротивления  $r_b, r_k$  которые учитывают конечное обратное сопротивление переходов. Учет диффузионных емкостей  $C_{\text{д.э}}, C_{\text{д.к}}$  и барьерных емкостей  $C_{\text{б.э}}, C_{\text{б.к}}$  эмиттерного и коллекторного переходов точнее отражает физику работы транзистора.

Математическая модель транзистора (уравнения Эберса-Молла) наиболее удобна для машинных расчетов и анализа точности, так как она представляет собой зависимости между токами и напряжениями транзистора.

Наряду с моделью Эберса-Молла практическое применение находит модель транзистора, предложенная Бьюфоем и Спарксом. Она называется зарядовой моделью и получена на основе метода заряда,

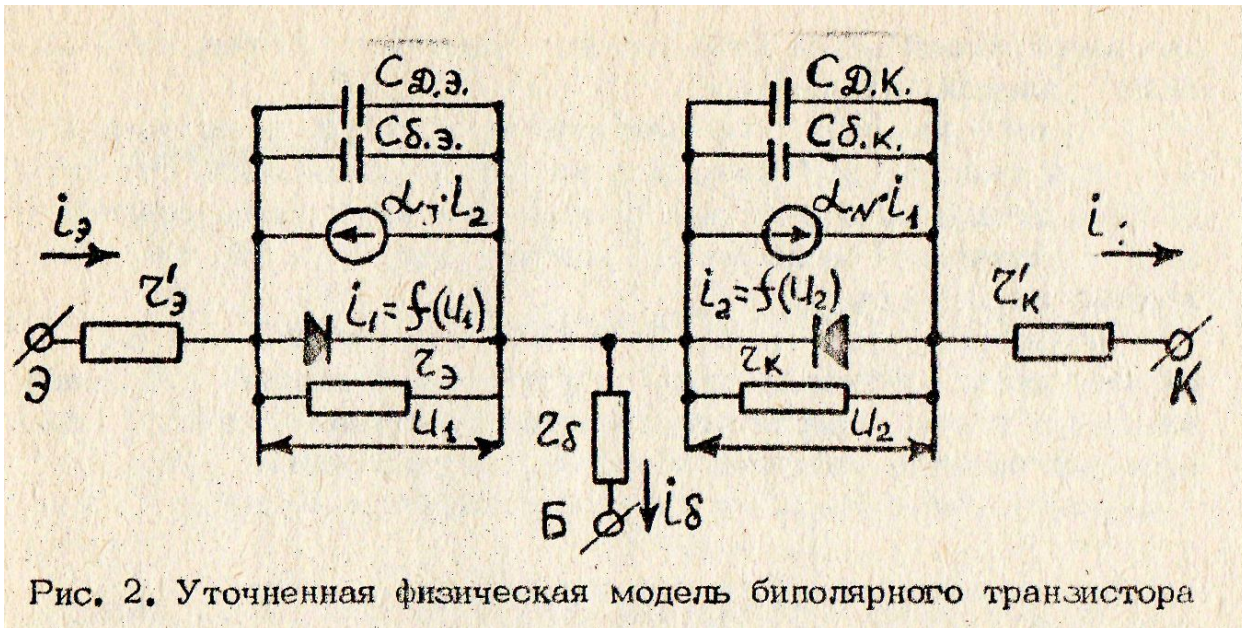


Рис. 2. Уточненная физическая модель биполярного транзистора

Суть этого метода заключается в определении закона изменения во времени заряда  $Q(t)$  неосновных носителей на базе транзистора (в общем случае также в эмиттере и коллекторе) и связи этого заряда с внешними токами транзистора. Для определения  $Q(t)$  - уравнение непрерывности [2] интегрируется по всему объему  $V$  базы:

$$\operatorname{div} j_p = q \frac{\partial p}{\partial t} + q \cdot \frac{p - p_0}{\tau}, \quad (6)$$

$$\int_V \operatorname{div} j_p dV = I_б = \frac{\partial Q(t)}{\partial t} + \frac{Q(t)}{\tau}, \quad (7)$$

где  $Q(t)$  - заряд неравновесных неосновных носителей в базе.

Таким образом, из уравнения непрерывности в результате интегрирования устраняется функциональная зависимость от пространственных координат и в результате получается основное уравнение заряда [см.(7)].

## 2.2. Модели функциональных узлов ЭВА

Разработка математических моделей функциональных узлов ЭВА обычно выполняется в два этапа. На первом составляется эквивалентная схема по заданной принципиальной. С этой целью в принципиальной схеме активные элементы (диоды, транзисторы)! заменяются их физическими моделями. На втором этапе разрабатываются математические соотношения (уравнения), устанавливающие связь между выходными параметрами, параметрами ЭРЭ и дестабилизирующими факторами. При разработке указанных соотношений пользуются известные законы Кирхгофа, причем ана

лиз цепей выполняется либо методом контурных токов, либо методом узловых потенциалов.

Главное различие этих методов заключается в составе физических величин, выбираемых в качестве переменных. Эти переменные относятся обычно к определенным категориям соединений электрической цепи: ветви, контуру или узлу. Рассмотрим каждый из методов.

Известно, что первый закон Кирхгофа утверждает, что сумма токов, втекающих в любой узел электрической цепи, равна сумме токов, вытекающих из этого узла, или (с учетом знаков) алгебраическая сумма токов  $i_k$  узле равна нулю:

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0. \quad (8)$$

Второй закон Кирхгофа формулируется так: сумма падений напряжений вдоль любого замкнутого контура электрической цепи равна сумме напряжений источников включенных в этот контур, или (с учетом знаков) алгебраическая сумма напряжений  $U_k$  ветвей в контуре равна нулю:

$$\sum_{k=1}^n U_k = 0. \quad (9)$$

Следует подчеркнуть, что законы Кирхгофа имеют универсальный характер и справедливы для анализа по постоянному току и в переходном режиме как линейных, так и нелинейных цепей.

Пример. Разработать математическую модель функционального узла, принципиальная схема которого приведена на рис. 3, методом уравнений Кирхгофа. В качестве переменных использовать токи ветвей. Математическая модель будет иметь вид:

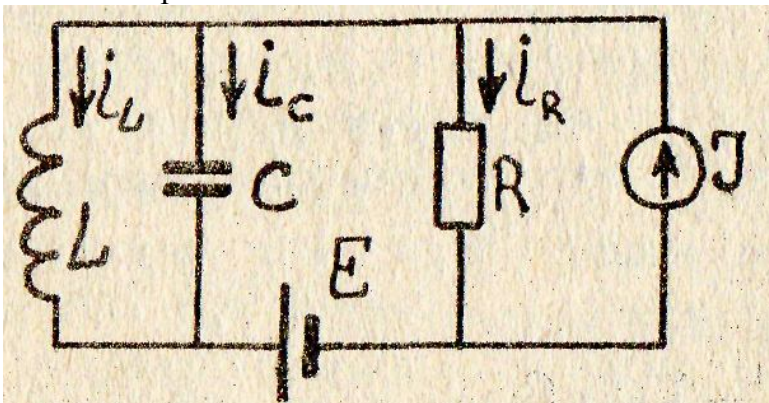


Рис. 3. Принципиальная схема функционального узла

$$\left. \begin{aligned} i_L + i_C + i_R &= J; \\ i_L pL - i_C 1/pC &= 0; \\ i_C 1/pC - i_R R &= E. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Уравнение Кирхгофа можно записать в векторной и матричной форме для переменных в двух случаях:

а) токов ветвей:

$$\left. \begin{array}{l} \bar{I}_\Sigma = 0; \\ \bar{Z}' \cdot \bar{I} = \bar{E}'; \end{array} \right\} \quad (11)$$

б) напряжений ветвей:

$$\left. \begin{array}{l} \bar{U}_\Sigma = 0; \\ \bar{Y}' \cdot \bar{U} = \bar{J}'; \end{array} \right\} \quad (12)$$

где  $\bar{I}_\Sigma, \bar{J}', \bar{U}_\Sigma, \bar{E}'$  - векторы-столбцы алгебраических сумм соответственно токов и источников токов в узлах, а также напряжений и источников напряжений в контурах;

$\bar{Z}', \bar{Y}'$  - матрицы, суммы элементов строк которых соответствуют собственным сопротивлениям (проводимостям) контуров (узлов);

$\bar{I}, \bar{U}$  - векторы-столбцы токов (напряжений) контуров (узлов).

Метод контурных токов состоит в выделении в схеме  $p$  независимых контуров и протекающих по ним контурных токов  $i$  и присвоении каждому току произвольного направления. Эти токи принимаются в качестве независимых переменных. Для их определения по второму закону Кирхгофа составляются уравнения для каждого контура. В результате получается система уравнений, причем число уравнений равно числу неизвестных контурных токов.

$$\left. \begin{array}{l} z_{11} \cdot j_1 + \dots + z_{1k} \cdot j_k = E'_1; \\ \vdots \\ z_{k1} \cdot j_1 + \dots + z_{kk} \cdot j_k = E'_k. \end{array} \right\} \quad (13)$$

Уравнения (13) в матричном виде запишутся так:

$$\begin{bmatrix} z_{11} & \dots & z_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{k1} & \dots & z_{kk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j_1 \\ \vdots \\ j_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E'_1 \\ \vdots \\ E'_k \end{bmatrix},$$

или

$$\bar{Z} \cdot \bar{j} = \bar{E}', \quad (14)$$

где  $\bar{Z}$  - матрица контурных сопротивлений размерностью  $K \times K$  ;  
 $\bar{j}$  - вектор-столбец контурных токов;  
 $\bar{E}'$  - вектор-столбец напряжений (источников напряжений) в контуре.

Метод контурных токов требует преобразования в схеме

источников тока в источники напряжения. Иными словами, генератор тока преобразуется в генератор напряжения с помощью известных правил электротехники.

Метод узловых потенциалов предполагает, что независимыми переменными являются потенциалы  $\Phi_n$  узлов цепи относительно опорного базисного узла, в качестве которого чаще всего выбирают узел, соответствующий клемме "земля". Уравнения для определения  $\Phi_n$  составляются на основе первого закона Кирхгофа для каждого узла, и записываются так:

$$\left. \begin{aligned} Y_{11}\varphi_1 + \dots + Y_{1n}\varphi_n &= J'_1; \\ \dots & \dots \\ Y_{n1}\varphi_1 + \dots + Y_{nn}\varphi_n &= J'_n. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Уравнения (15) можно записать в матричном виде. Тогда

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & \dots & Y_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ Y_{n1} & \dots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \vdots \\ \varphi_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J'_1 \\ \vdots \\ J'_n \end{bmatrix},$$

или

$$\bar{Y} \cdot \bar{\varphi} = \bar{J}', \quad (16)$$

где  $\bar{Y}$  - матрица узловых проводимостей размерностью  $n \times n$ ;  
 $\bar{\varphi}$  - вектор-столбец узловых потенциалов;  
 $\bar{J}'$  - вектор-столбец суммы токов узлов.

Метод узловых потенциалов требует, преобразования источников напряжения в схеме в источники тока, т.е. преобразования генератора напряжения в генератор тока по известным правилам электротехники.

### §3. Методы определения степени влияния параметров ЭРЭ при анализе точности функциональных узлов ЭВА

При анализе точности необходимо определить степень влияния погрешностей ЭРЭ на выходной параметр функционального узла. Эту задачу можно решить с помощью функций чувствительности, которые при фиксированных значениях времени (частоты) принимают некоторые постоянные значения (коэффициенты влияния),

Введем понятие функции чувствительности. Под функцией чувствительности понимают функцию, которая позволяет оценивать степень влияния погрешности ЭРЭ на выходной параметр

во всем диапазоне изменения погрешности ЭРЭ и в частотной или временной области.

Функция чувствительности в общем случае предполагает наличие аналитической зависимости выходного параметра как функции от параметров ЭРЭ, от времени (частоты) и дестабилизирующих факторов в явном виде.

Чтобы получить эту аналитическую зависимость, студенты разрабатывают математическую модель исследуемого функционального узла с помощью либо формул (11), (12), либо (13), (14), либо (15), (16). Решая полученную систему соотношений (уравнений), получают аналитическую зависимость выходного параметра от параметров ЭРЭ и времени (частоты) в явном виде.

Пусть аналитическая зависимость выходного параметра от параметров ЭРЭ и времени (частоты) - результат решения системы уравнений, описывающих работу функционального узла, и в явном виде эта зависимость записана так:

$$y = f(q_1, q_2, q_3, \dots, q_m, t), \quad (17)$$

где  $y$  - выходной параметр функционального узла;

$q_1, q_2, q_3, \dots, q_m$  - параметры ЭРЭ;

$t$  - время.

Тогда функция чувствительности определяется так:

$$\frac{\partial y(t, q_i)}{\partial q_i} = u(t, q_i). \quad (18)$$

Если математическая модель представлена в неявном виде

$$f(y^n, y^{n-1}, \dots, y, q_1, q_2, \dots, q_m, t) = 0, \quad (19)$$

то функции чувствительности определяются решением системы уравнений функций чувствительности, которая в общем виде запишется так:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial y^n} \cdot \frac{\partial y^n}{\partial q_1} + \frac{\partial f}{\partial y^{n-1}} \cdot \frac{\partial y^{n-1}}{\partial q_1} + \dots + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial q_1} - \frac{\partial f}{\partial q_1} &= 0; \\ \dots & \\ \frac{\partial f}{\partial y^n} \cdot \frac{\partial y^n}{\partial q_m} + \frac{\partial f}{\partial y^{n-1}} \cdot \frac{\partial y^{n-1}}{\partial q_m} + \dots + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial q_m} - \frac{\partial f}{\partial q_m} &= 0. \end{aligned} \right\} (20)$$

Преобразуем систему уравнений (20):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial y^n} \cdot \frac{\partial y^n}{\partial t^n} \cdot \frac{\partial y}{\partial q_1} + \frac{\partial f}{\partial y^{n-1}} \cdot \frac{\partial y^{n-1}}{\partial t^{n-1}} \cdot \frac{\partial y}{\partial q_1} + \dots + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial q_1} - \frac{\partial f}{\partial q_1} &= 0; \\ \dots & \\ \frac{\partial f}{\partial y^n} \cdot \frac{\partial y^n}{\partial t^n} \cdot \frac{\partial y}{\partial q_m} + \frac{\partial f}{\partial y^{n-1}} \cdot \frac{\partial y^{n-1}}{\partial t^{n-1}} \cdot \frac{\partial y}{\partial q_m} + \dots + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial q_m} - \frac{\partial f}{\partial q_m} &= 0. \end{aligned} \right\} (21)$$

С учетом формулы (18) выражения (21) запишутся так:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial y^n} U^n(t, q_1) + \frac{\partial f}{\partial y^{n-1}} U^{n-1}(t, q_1) + \dots + \frac{\partial f}{\partial y} U(t, q_1) - \frac{\partial f}{\partial q_1} &= 0; \\ \dots & \\ \frac{\partial f}{\partial y^n} U^n(t, q_m) + \frac{\partial f}{\partial y^{n-1}} U^{n-1}(t, q_m) + \dots + \frac{\partial f}{\partial y} U(t, q_m) - \frac{\partial f}{\partial q_m} &= 0. \end{aligned} \right\} (22)$$

Таким образом, система уравнений (22) является системой функций чувствительности, решая которую определяют функцию чувствительности.

Перейдем к рассмотрению коэффициентов влияния и методов их определения. Прежде всего следует отметить, что коэффициент влияния является частным случаем функции чувствительности.

Если использовать функцию чувствительности как исходную информацию при определении коэффициента влияния, то в этом случае коэффициент влияния будет равняться функции чувствительности, вычисленной в одной единственной точке, а именно при номинальном значении параметра ЭРЭ. Иными словами, с учетом формулы (18) получим:



$$A_i = U(t, q_i) \Big|_{q_i = q_{i0}}$$

где  $A_i$  – коэффициент влияния  $q_i$  параметра ЭРЭ;  
 $q_i$  – текущее значение  $i$ -го параметра ЭРЭ;  
 $q_{i0}$  – номинальное значение  $i$ -го параметра ЭРЭ.

Методы определения коэффициентов влияния могут быть как расчетными, так и экспериментальными.

Метод частных производных. Этот метод предусматривает наличие аналитического выражения, связывающего выходной параметр с параметрами ЭРЭ. Коэффициент влияния определяется как частная производная выходного параметра по  $i$ -му параметру ЭРЭ:

$$A_i = \frac{\partial y(q_1, q_2, \dots, q_m)}{\partial q_i} \Big|_{q_i = q_{i0}} \quad (24)$$

Относительное значение коэффициента влияния определяется формулой вида

$$A_i = \frac{\partial y(q_1, q_2, \dots, q_m)}{\partial q_i} \cdot \frac{q_i}{y(q_1, q_2, \dots, q_m)} \Big|_{q_i = q_{i0}} \quad (25)$$

Таким образом, имея математическую модель и дифференцируя ее по каждому параметру ЭРЭ, можно получить коэффициенты влияния по соответствующим параметрам ЭРЭ. Однако этот метод имеет недостаток: при анализе точности функциональных узлов, содержащих свыше десяти ЭРЭ, расчеты становятся сложными и трудоемкими.

Метод раздельного дифференцирования. Как и метод частных производных, этот метод предполагает наличие аналитической зависимости выходного параметра от параметров ЭРЭ. Но у него есть достоинство, заключающееся в простоте определения по определенным правилам, которые легко доказываются, коэффициентов влияния, не прибегая к нахождению частных производных.

Рассмотрим несколько примеров определения коэффициентов влияния методом раздельного дифференцирования. При этом в качестве зависимостей выходного параметра от параметров ЭРЭ выберем функции, характер которых наиболее часто встречается на практике при описании реальных функциональных узлов ЭВА

1. Выходной параметр функционального узла выражен через произведение (отношение) параметров ЭРЭ:

$$y = \frac{q_1^{a_1} \cdot q_2^{a_2} \cdot \dots \cdot q_k^{a_k}}{q_{k+1}^{a_{k+1}} \cdot \dots \cdot q_n^{a_n}} \quad (26)$$

Тогда коэффициенты влияния равны показателям степени соответствующих ЭРЭ. В результате имеем:

$$A_i = \pm a_i,$$

где  $i = 1, 2, 3, \dots, k, (k+1), \dots, n$ .

2. Выходной параметр функционального узла представляет собой логарифмическую функцию аргумента  $q_i$ :

$$y = a \cdot \ln b \cdot q_i^n, \quad (27)$$

где  $a, b, n$  — любые числа.

В этом случае коэффициент влияния погрешности параметра  $q_i$  определяется как отношение произведения коэффициента  $a$  на показатель степени  $n$  к значению выходного параметра:

$$A_i = \frac{a \cdot n}{y(q_i)}. \quad (28)$$

3. Выходной параметр функционального узла является показательной функцией аргумента  $q_i$  и имеет вид

$$y = a \cdot \exp(b \cdot q_i^n),$$

где  $a, b, n$  — любые числа.

Тогда коэффициент влияния для параметра  $q_i$  будет равен произведению только показателя степени  $b \cdot q_i^n$  на показатель  $n$ :

$$A_i = b \cdot q_i^n \cdot n. \quad (29)$$

Метод малых приращений. Сущность метода заключается в том, что при отклонении одного из параметров ЭРЭ от номинального значения другие параметры ЭРЭ остаются постоянными. В этом случае относительная погрешность выходного параметра  $\Delta y/y$  будет определяться только погрешностью параметра одного ЭРЭ. Тогда можно записать:

$$\Delta y(t, q_i) / y(t, q_i) = A_i \frac{\Delta q_i}{q_i}.$$

Отсюда следует:  $\Delta y(t, q_i) / y(t, q_i)$

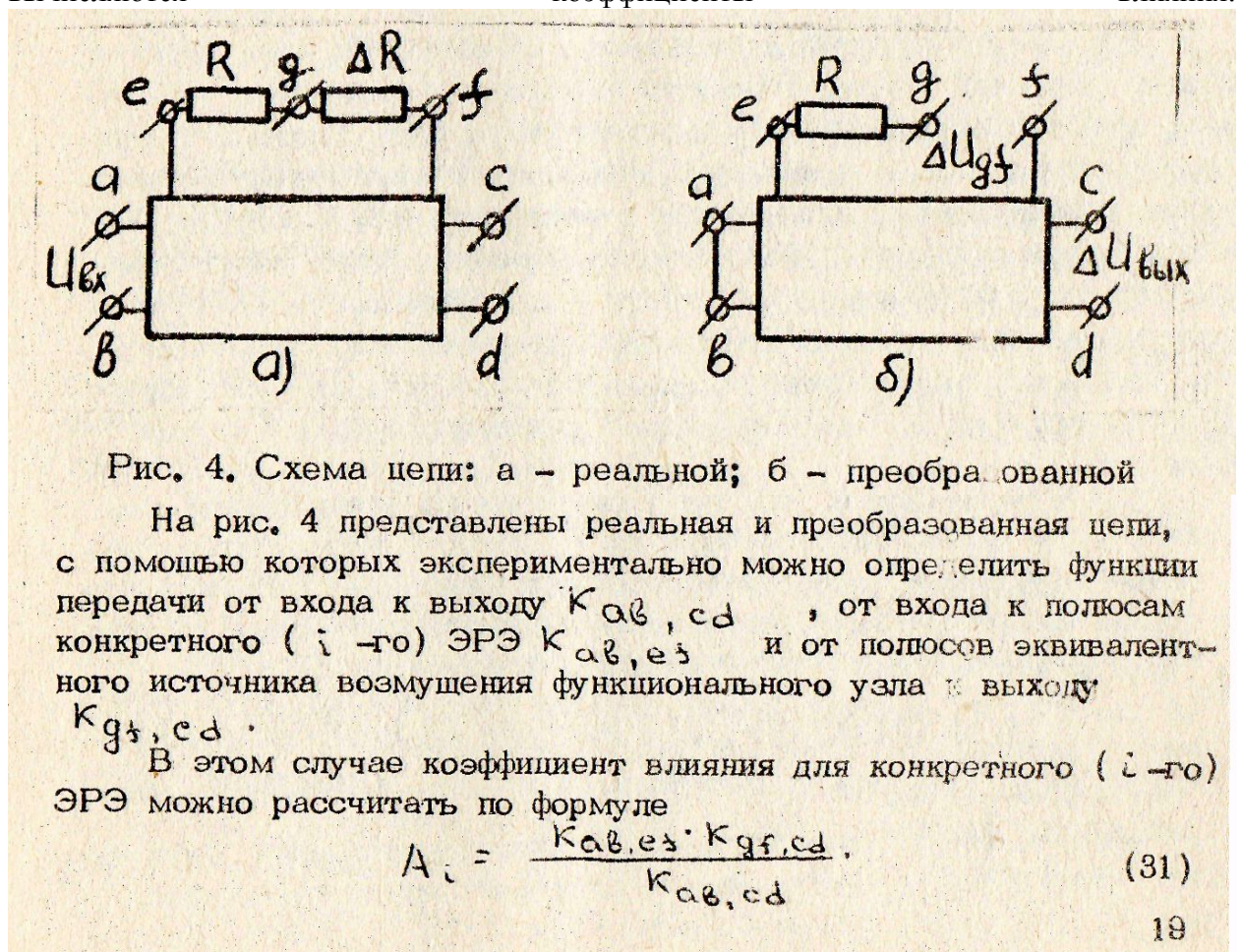
$$A_i = \frac{\Delta y(t, q_i) / y(t, q_i)}{\Delta q_i / q_i} \quad (30)$$

Такой подход в определении коэффициентов влияния относится к экспериментальным методам.

Методом малых приращений сравнительно быстро определяют значения коэффициентов влияния, особенно для тех параметров ЭРЭ, которые оказывают сильное влияние на погрешность выходного параметра функционального узла.

Метод преобразованных цепей. К числу экспериментальных методов определения коэффициентов влияния относится также метод преобразованных цепей. Сущность его состоит в том, что дополнительное малое движение системы, возникающее в результате отклонения реальной системы от идеальной, отделяется от главного движения и изучается отдельно в крупном масштабе. С этой целью вводится понятие преобразованной цепи.

Следовательно, метод дает возможность разделить движение реальной системы на основное и дополнительное. Для каждого из них аналитическим или экспериментальным путем определяется коэффициент передачи основной и преобразованной цепи, после чего вычисляются коэффициенты влияния.



Следовательно, метод преобразованных цепей предусматривает для определения коэффициента влияния всего четыре замера напряжения в реальной и преобразованной цепи.

#### § 4. Общий случай анализа точности выходных параметров устройств ЭВА

При анализе различают производственную и эксплуатационную точность выходных параметров электрических функциональных узлов, механических и электромеханических сборочных единиц и кинематических цепей различных механизмов. В первом случае при анализе не учитывается влияние различных дестабилизирующих климатических и механических факторов, поскольку допуски для обеспечения требуемой точности в этом случае задаются уже с учетом указанных факторов. Это означает, что величина производственного допуска на выходной параметр задается такой, что при действии указанных факторов отклонение выходного параметра не выходит за установленные пределы, т.е. заданные эксплуатационные требования выполняются.

Рассмотрим общий случай анализа точности, под которым будем понимать анализ точности выходных параметров различных механических, электромеханических, электрических и кинематических цепей, находящихся под воздействием дестабилизирующих факторов: температуры, влаги, старения и т.д. Ясно, что влияние указанных факторов на перечисленные цепи будет различным и в некоторых случаях ими можно пренебречь, а учитывать только производственные погрешности. Это возможно, например, для механических, электромеханических и кинематических цепей, работающих в нормальных климатических условиях.

Будем полагать, что имеется явная математическая модель устройства, которая позволяет получить в результате решения уравнений явную функциональную зависимость выходного параметра от всех комплектующих элементов. В общем случае эту зависимость представим в следующем виде:

$$y = f [q_1(T, \varphi, c, m), q_2(T, \varphi, c, m), \dots, q_i(T, \varphi, c, m)] \quad (32)$$

где  $q_1, q_2, \dots, q_i$  — комплектующие элементы (резисторы, конденсаторы, индуктивности, детали механических цепей, физические параметры которых зависят от температуры, влажности,

старения, радиации и т.д.);

$t$  - время.

Выражение (82) является основным и общим соотношением при анализе точности устройств ЭВА. Если анализ точности ведется в частотной области, то (32) примет следующий вид:

$$y(q_i, \omega) = f(q_1, q_2, \dots, q_m, \omega). \quad (33)$$

Рассмотрим частные случаи соотношения (82). Если выполняется анализ производственной точности устройства, то в (32) необходимо положить  $t = 1$  или в (33)  $\omega = \text{const}$ . Если рассматривается механическая сборочная цепь, то (32)

$q_1, q_2, \dots, q_m$  - это линейные размеры, а  $y$  - это такой же линейный размер (замыкающее звено сборочной цепи). Функциональная зависимость (32) примет следующий вид:

$$L_{\text{зам}} = f(L_1, L_2, \dots, L_{m-1}) = \sum_{i=1}^n L_i - \sum_{j=n+1}^{m-1} L_j, \quad (34)$$

где  $L_{\text{зам}}$  - номинальное значение замыкающего размера сборочной цепи;

$L_i$  - номинальное значение увеличивающих звеньев цепи;

$L_j$  - номинальное значение уменьшающих звеньев цепи.

Соотношение (34) называют уравнением механической сборочной цепи. Оно составляется для номинальных размеров деталей. Это уравнение является исходным при анализе точности механических и электромеханических устройств ЭВА.

Если аргументами выражения (32) являются не только линейные размеры, но и тригонометрические функции углов, то имеет место кинематическая цепь. Тогда в общем случае выражение (32) примет следующий вид:

$$y = f(L_1, L_2, \dots, L_k, \alpha, \beta, \dots, \eta), \quad (36)$$

где в качестве выходного параметра может быть магнитный поток или линейный размер, ток и т.д. Если, наконец, аргументами (32) являются только параметры ЭРЭ, то имеет место электрическая цепь. Таким образом, соотношения (32+36) устанавливают функциональную связь между различными выходными параметрами и комплектующими элементами, от которых они зависят. Случай неявных моделей и неявных функциональных связей в данном случае не рассматривается.

При количественной оценке точности предполагается, что отклонения параметров комплектующих элементов, линейных и угловых размеров деталей малы, а их изменения в пределах допуска линейны. Поэтому погрешность определяется разложением в ряд соотношений (32+36) по параметрам и отбрасыванием всех членов ряда, кроме первых. Тогда для цепей:

а) электрических

$$\Delta y = \frac{\partial f}{\partial q_1} \Delta q_1 + \dots + \frac{\partial f}{\partial q_m} \Delta q_m ; \quad (37)$$

б) механических и электромеханических

$$\Delta L = \frac{\partial f}{\partial L_1} \Delta L_1 + \dots + \frac{\partial f}{\partial L_{m-1}} \Delta L_{m-1} ; \quad (38)$$

в) кинематических

$$\Delta \varphi = \frac{\partial f}{\partial L_i} \Delta L_i + \frac{\partial f}{\partial \alpha} \Delta \alpha + \frac{\partial f}{\partial \beta} \Delta \beta ; \quad (39)$$

г) магнитных

$$\Delta \Phi = \frac{\partial f}{\partial L_i} \Delta L_i + \frac{\partial f}{\partial S} \Delta S + \frac{\partial f}{\partial H} \Delta H + \frac{\partial f}{\partial B} \Delta B . \quad (40)$$

Обычно при анализе точности электрических и магнитных цепей пользуются относительной погрешностью, а для механических и кинематических чаще рассматривается абсолютная погрешность выходных параметров.

Для механических и электромеханических сборочных цепей коэффициент влияния всегда равен +1, что следует из выражений (34), (38), а для кинематических и магнитных цепей он также может принимать любые значения.

В выражениях (37 + 40) погрешности являются случайными величинами и описываются различными законами распределения, наиболее часто - законом Гаусса. Случайные величины принято характеризовать математическим ожиданием  $M$ , средним квадратическим отклонением  $\sigma$ , асимметрией распределения

$\alpha = \alpha \cdot \delta$  коэффициентом относительного рассеивания  $K = \lambda_i / \lambda_H = 3 \lambda_i$ , который устанавливает связь между характеристиками любого закона и закона нормального распределения.

При асимметричном законе распределения случайной величины координата середины распределения отклонений не совпадает с математическим ожиданием и определяется соотношением

$$\Delta_0 = M(\alpha) + \alpha_i \delta_i \quad (41)$$

Величину асимметрии из (41) определим так:

$$\alpha_i = \frac{M(\alpha) - \Delta_0}{\delta_i} \quad (42)$$

где  $\Delta_0$  - координата середины распределения поля отклонений случайной величины.

Значения коэффициентов  $K$  и  $\alpha$  для различных законов распределения приводятся в табл. 4, помещенной в [3].

Существует несколько различных методов анализа точности. На практике наиболее широкое применение нашел расчет ко статистический метод, сущность которого заключается в том, что математические ожидания погрешностей суммируются алгебраически, а их дисперсии квадратично, при этом должны быть известны законы распределения погрешностей. Таким образом,

$$M\left(\frac{\Delta y}{y}\right) = \sum_{i=1}^n A_i \left[ M\left(\frac{\Delta q_i}{q_i}\right) \pm \alpha_i \delta\left(\frac{\Delta q_i}{q_i}\right) \right] \quad (43)$$

В частном случае, при симметричных законах распределения,  $\alpha_i = 0$ . Тогда

$$M\left(\frac{\Delta y}{y}\right) = \sum_{i=1}^n A_i \cdot M\left(\frac{\Delta q_i}{q_i}\right) \quad (44)$$

Отклонение выходного параметра относительно его среднего значения определяется на основании правил сложения дисперсий. С учетом корреляционных связей между погрешностями комплектующих элементов будем иметь:

$$\delta\left(\frac{\Delta y}{y}\right) = \sqrt{\sum_{i=1}^n A_i^2 \cdot K_i^2 \delta^2\left(\frac{\Delta q_i}{q_i}\right) + 2 \sum_{i \neq j} \tau_{ij} A_i A_j K_i K_j \delta\left(\frac{\Delta q_i}{q_i}\right) \delta\left(\frac{\Delta q_j}{q_j}\right)} \quad (45)$$

где  $m$  - число пар погрешностей, связанных корреляционной зависимостью;

$\tau_{ij}$  - коэффициент корреляции, лежит в пределах  $-1 \leq \tau_{ij} \leq +1$ .

а при отсутствии корреляции  $r_{ij}=0$  второе слагаемое исчезает.

Таким образом, расчетное предельное значение погрешности выходного параметра определится по формуле

$$\delta \left( \frac{\Delta y}{y} \right)_{\text{пред}} = M \left( \frac{\Delta x}{x} \right) \pm \delta \left( \frac{\Delta y}{y} \right),$$

а расчетное предельное значение выходного параметра определится соотношением

$$y = y_0 + M \left( \frac{\Delta x}{x} \right) \frac{y_0}{100} \pm \delta \left( \frac{\Delta y}{y} \right) \frac{y_0}{100}. \quad (46)$$

Формулы (41+46) позволяют определить точность выходного параметра при известных законах распределения погрешностей комплектующих элементов.

Методика расчета эксплуатационной точности выходных параметров ЭВА приведена [3]. На основании приведенной методики разработана структура алгоритма анализа точности функциональных узлов ЭВА (см, рис. 6).

Пример 2. Анализ точности кинематики механизма. Рассмотрим пример оценки точности выходных параметров кинематической цепи.

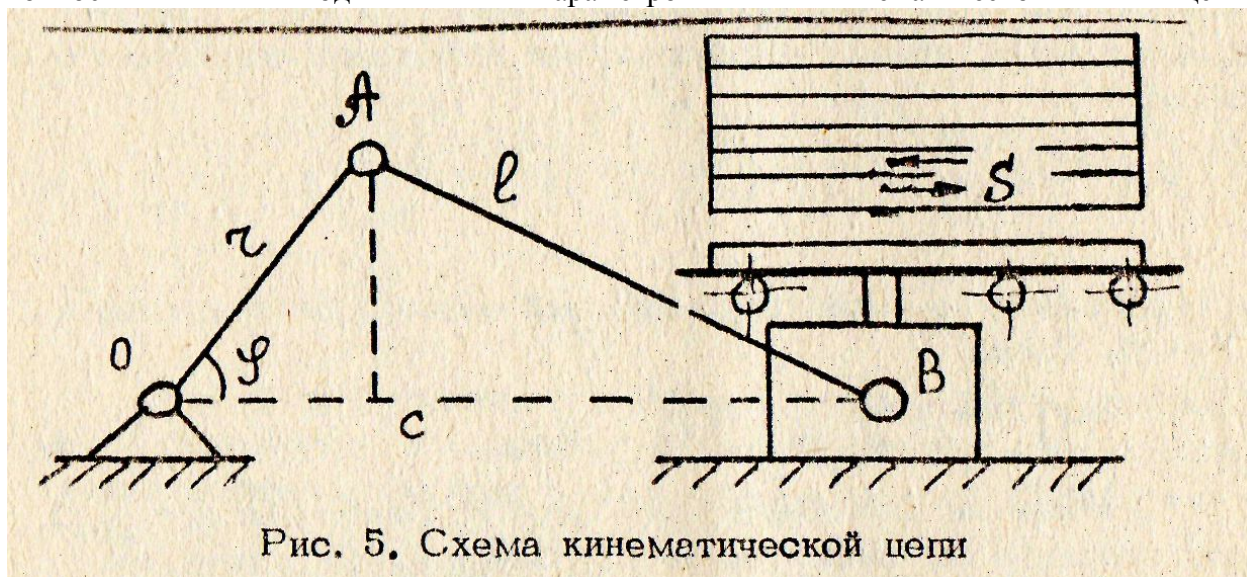


Рис. 5. Схема кинематической цепи

Пусть имеется простейший шатунно-кривошипный механизм, который может быть использован в качестве механизма подачи, например, перфокарт в устройство считывания. Кинематическая схема его имеет вид, представленный на рис. 5. Здесь с ползуном жестко связана планка (платформа), на которую поступают последовательно по одной перфокарте. Затем очи транспортируются в устройство считывания информации.



Дано:  $\omega = 10\pi \frac{1}{c}$ ;  $r_0 = 100\text{мм} \pm 0,5$ ;  $l_0 = 200\text{мм} \pm 0,2$ ;  $\Delta\omega = 10^{-3} \frac{1}{c}$ .

Пусть требуется определить погрешность перемещения  $S$  платформы и ее скорости  $\dot{S}$  при известных погрешностях кинематических звеньев и угла  $\varphi$ .

Примем нормальный закон распределения погрешностей. Запишем уравнения движения платформы. Из рис. 5 найдем:

$$x = s = OC + CD = r \cos \varphi + \sqrt{l^2 - AC^2} = r \cos \varphi + \sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \varphi}, \quad (47)$$

где  $\varphi = \omega_0 t$ ;  $\omega_0 = \text{const}$ .

Тогда закон движения платформы представится в следующем виде:

$$x = s = r \cdot \cos \omega_0 t + \sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \omega_0 t}. \quad (48)$$

Дифференцируя по времени (48), найдем скорость движения платформы:

$$\dot{s} = \frac{ds}{dt} = -r \cdot \omega_0 \cdot \sin \omega_0 t + \frac{1}{2} (l^2 - r^2 \sin^2 \omega_0 t)^{-\frac{1}{2}} (-2r^2 \omega_0 \times$$

$$\times \sin \omega_0 t \cos \omega_0 t) = -r \omega_0 \sin \omega_0 t - \frac{r^2 \omega_0 \sin \omega_0 t \cos \omega_0 t}{\sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \omega_0 t}}. \quad (49)$$

Дифференцируя (48) по параметрам, определим абсолютную погрешность перемещения платформы  $S$ :

$$\begin{aligned} ds &= \frac{\partial s}{\partial r} dr + \frac{\partial s}{\partial l} dl + \frac{\partial s}{\partial \omega} d\omega = \\ &= [\cos \omega_0 t + \frac{1}{2} (l^2 - r^2 \sin^2 \omega_0 t)^{-\frac{1}{2}} (-2 \cdot r \cdot \sin^2 \omega_0 t)] dr + \\ &+ \frac{1}{2} (l^2 - r^2 \sin^2 \omega_0 t)^{-\frac{1}{2}} 2l dl - \\ &- [r t \sin \omega_0 t + \frac{1}{2} (l^2 - r^2 \sin^2 \omega_0 t)^{-\frac{1}{2}} \times \\ &\times (-2 r^2 \sin \omega_0 t \cos \omega_0 t)] d\omega, \end{aligned} \quad (50)$$

где  $\frac{\partial s}{\partial r} = A_1(t) = \cos \omega_0 t - \frac{r \sin^2 \omega_0 t}{\sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \omega_0 t}}$ ; (51)

$$\frac{ds}{dl} = A_2(t) = l \sqrt{l^2 - z^2 \sin^2 \omega t} ; \quad (52)$$

$$\frac{ds}{d\omega} = A_3(t) = z t \sin \omega t + \frac{z^2 t \sin \omega t \cos \omega t}{\sqrt{l^2 - z^2 \sin^2 \omega t}}. \quad (53)$$

Переходя к конечным приращениям погрешностей, получим

$$\Delta S = A_1 \Delta z + A_2 \Delta l - A_3 \Delta \omega. \quad (54)$$

Следует заметить, что при фиксированных значениях аргументов и параметров выражения (51) и (52) принимают некоторые постоянные безразмерные значения, а (53) при этом будет размерной величиной (в М/с), так как определяет функцию чувствительности частоты вращения и при подстановке результатов в (54) необходимая размерность соблюдается.

Соотношения (50+54) позволяют определить абсолютную погрешность перемещения платформы S при любых значениях угла  $\gamma$  и при любом времени. Соотношения (51+53) являются функциями чувствительности, которые зависят от времени и параметров цепи.

При фиксированных значениях времени или, что то же самое, углового положения звеньев эти соотношения принимают вполне определенные постоянные значения, которые обычно называют коэффициентами влияния.

Заметим, что погрешность кинематических звеньев и скорости вращения в общем случае является величиной случайной, подчиняющейся определенным законам распределения.

Используя правило суммирования дисперсий, определим среднее квадратическое значение погрешности S :

$$\sigma_s = \sqrt{A_z^2 \sigma_z^2 + A_l^2 \sigma_l^2 + A_\omega^2 \sigma_\omega^2} ; \quad (55)$$

$$\sigma_i = \lambda_i \delta_i ; \quad i = z, l, \omega. \quad (56)$$

Для нормального закона распределения  $\lambda_k = \frac{1}{3}$  ;  $\lambda_i$  - относительное среднее квадратическое отклонение.

Так как погрешность звеньев ограничивается предельно допустимым значением, то соотношение  $\sigma_i = \lambda_i \delta_i$  позволяет установить связь между погрешностью выходного параметра и полем допуска комплектующих элементов.

Поскольку  $K_i = \frac{\lambda_i}{\lambda_k}$ , то

$$\sigma_i = \lambda_k k_i \delta_i,$$

где  $k_i$  — коэффициент относительного рассеивания.

Предположим, что погрешность  $S$  подчиняется нормальному закону распределения с математическим ожиданием, равным нулю. Подставляя (56) в (55), получим

$$\delta_S = \sqrt{A_1^2 \cdot k_1^2 \cdot \delta_z^2 + A_2^2 \cdot k_2^2 \cdot \delta_l^2 + A_3^2 \cdot k_3^2 \cdot \delta_\omega^2}, \quad (57)$$

где значения  $k_1, k_2, k_3$  берутся в зависимости от вида закона распределения погрешностей кинематических звеньев механизма.

Если погрешности подчиняются закону нормального распределения с симметричным отклонением относительно математических ожиданий, то указанные коэффициенты принимают значения, равные единице, и формула (57) примет вид

$$\delta_S = \sqrt{A_1^2 \delta_z^2 + A_2^2 \delta_l^2 + A_3^2 \delta_\omega^2}. \quad (58)$$

Вычислим значения  $A_1, A_2, A_3$  при номинальных значениях параметров  $z_0, l_0, \omega_0$  и фиксированных значениях времени  $t$  или, что то же самое, при фиксированных значениях углов в пределах одного оборота. Используя формулы (51-53), найдем  $A_1, A_2, A_3$ . Результаты вычислений сведем в таблицу (см. табл. 1). Расчеты выполнены на ЭВМ в соответствии с алгоритмом (см. рис. 6) и программой.

Таблица 1

$t, c$	$\varphi^\circ$	$A_1$	$A_2$	$A_3, m \cdot c$	$\Delta S, m$
0	0	1	1	0	$7 \cdot 10^{-4}$
0,025	45	0,42	0,22	-0,0024	$2,516 \cdot 10^{-4}$
0,05	90	-0,58	0,236	0	$-2,42 \cdot 10^{-4}$
0,075	135	-0,98	0,22	0,0032	$-4,428 \cdot 10^{-4}$
0,1	180	-1	1	0	$-3 \cdot 10^{-4}$
0,125	225	-0,98	0,22	0,0051	$-4,409 \cdot 10^{-4}$
0,15	270	-0,58	0,236	0,015	$-2,29 \cdot 10^{-4}$
0,175	315	-0,42	0,22	0,017	$2,71 \cdot 10^{-4}$
0,2	360	1	1	0	$7 \cdot 10^{-4}$

Используя данные табл. 1, нетрудно рассчитать абсолютную погрешность перемещения платформы. Полученные результаты показывают, что значения функций чувствительности в пределах оборота при различных угловых положениях шатуна также различны.

Используя соотношение (54), рассчитаем погрешность положения платформы в пределах одного оборота и результаты сведем в табл. 1.

$$\Delta S = A_1 \Delta \tau + A_2 \Delta \ell + A_3 \Delta \omega,$$

при этом  $\Delta \tau = \pm 5 \cdot 10^{-4}$  м;  $\Delta \ell = \pm 2 \cdot 10^{-4}$  м;  $\Delta \omega = \pm 10^{-3}$  1/с.

Расчеты показали, что в пределах оборота погрешность перемещения изменяет как абсолютное значение, так и знак.

Полагая, что погрешность кинематических звеньев механизма и частоты подчиняется закону нормального распределения, определим средневероятностное (среднее квадратическое) значение погрешности перемещения платформы для указанных моментов времени (углов).

Используя формулу (58), выполним расчеты и результаты сведем в табл. 2.

Таблица 2

t	0	0,025	0,05	0,075	0,1
$\varphi$	0	45	90	135	180
$\delta_s$	$5,385 \cdot 10^{-4}$	$2,145 \cdot 10^{-4}$	$2,936 \cdot 10^{-4}$	$4,9 \cdot 10^{-4}$	$5,385 \cdot 10^{-4}$
t	0,125	0,15	0,175	0,2	
$\varphi$	225	270	315	360	
$\delta_s$	$4,959 \cdot 10^{-4}$	$2,94 \cdot 10^{-4}$	$2,206 \cdot 10^{-4}$	$5,385 \cdot 10^{-4}$	

Из полученных результатов видно, что и среднее квадратическое значение погрешности в пределах одного оборота при различных углах также не остается постоянной величиной, а изменяется по периодическому закону.

Аналогичным образом определяются и погрешности скорости перемещения. Дифференцируя по тем же параметрам соотно-

шение (49), определим функции чувствительности, а затем . определим абсолютную и среднюю квадратическую погрешность скорости в пределах одного оборота. В результате дифференцирования (49) получим:

$$A_z = \frac{\partial \dot{s}}{\partial z} = -\omega_0 \sin \omega_0 t - \frac{z \omega_0 (l^2 - z^2 \sin^2 \omega_0 t) \sin 2\omega_0 t + \frac{1}{2} z^3 \omega_0 \sin^2 \omega_0 t \sin 2\omega_0 t}{(l^2 - z^2 \sin^2 \omega_0 t) \sqrt{l^2 - z^2 \sin^2 \omega_0 t}} \quad (59)$$

$$A_l = \frac{\partial \dot{s}}{\partial l} = \frac{\frac{1}{2} l z^2 \omega_0 \sin 2\omega_0 t}{(l^2 - z^2 \sin^2 \omega_0 t) \sqrt{l^2 - z^2 \sin^2 \omega_0 t}} ; \quad (60)$$

$$A_\omega = \frac{\partial \dot{s}}{\partial \omega} = \frac{-z \sin \omega t - z \omega t \cos \omega t - (\frac{1}{2} z^2 \sin 2\omega t + z^2 \omega t \cos 2\omega t)(l^2 - z^2 \sin^2 \omega t) + \frac{1}{4} z^4 \omega^2 \sin^2 2\omega t}{(l^2 - z^2 \sin^2 \omega t) \sqrt{l^2 - z^2 \sin^2 \omega t}} \quad (61)$$

По аналогии с (57) и (58) найдем абсолютную погрешность скорости перемещения платформы в пределах одного оборота:

$$\Delta \dot{s} = A_z \delta_z + A_l \delta_l + A_\omega \delta_\omega \quad (62)$$

При подстановке в (62) вычисленных в (59+61) значений функций чувствительности при фиксированных моментах времени (углах) получим абсолютную погрешность скорости платформы. Для любых законов распределения погрешностей кинематических звеньев и частоты среднюю квадратическую погрешность скорости можно определить из соотношения

$$\sigma_{\dot{s}} = \sqrt{\sigma_z^2 + \sigma_l^2 + \sigma_\omega^2} = \sqrt{A_z^2 K_z^2 \delta_z^2 + A_l^2 K_l^2 \sigma_l^2 + A_\omega^2 K_\omega^2 \delta_\omega^2} \quad (63)$$

В данной задаче, по условию, погрешности подчиняются закону нормального распределения, поэтому соотношение (63) примет в частном случае следующий вид:

$$\sigma_{\dot{s}} = \frac{1}{3} \sqrt{A_z^2 \delta_z^2 + A_l^2 \delta_l^2 + A_\omega^2 \delta_\omega^2} \quad (64)$$

Используя соотношения (59+61), определим значения функций чувствительности для заданных моментов времени (углов). Абсолютная погрешность скорости и ее среднее квадратическое значение определяются соотношениями (62) и (64). Результаты расчетов сведены в табл. 3.

Таблица 3

$t, c$	$\varphi^\circ$	$A_z, 1/c$	$A_\rho, 1/c$	$A_\omega, m$	$\Delta \dot{\xi}, m/c$	$\sigma_{\dot{\xi}}$
0	0	0	0	0	0	0
0,025	45	-41,5966	48,307	-3,9903	$-15,13 \cdot 10^{-3}$	$7,758 \cdot 10^{-3}$
0,05	90	-31,4	0	-0,091	$-15,791 \cdot 10^{-3}$	$5,033 \cdot 10^{-3}$
0,075	135	-2,3634	-48,307	-2,1753	$-13,018 \cdot 10^{-3}$	$3,516 \cdot 10^{-3}$
0,1	180	0	0	-0,7842	$-0,7842 \cdot 10^{-3}$	$0,261 \cdot 10^{-3}$
0,125	225	8,452	48,307	-3,4653	$10,422 \cdot 10^{-3}$	$3,699 \cdot 10^{-3}$
0,15	270	31,4	0	-0,8426	$14,857 \cdot 10^{-3}$	$5,240 \cdot 10^{-3}$
0,175	315	35,508	-48,307	-4,1246	$3,967 \cdot 10^{-3}$	$6,876 \cdot 10^{-3}$
0,2	360	0	0	-0,942	$-0,942 \cdot 10^{-3}$	$0,314 \cdot 10^{-3}$

При вычислении функций чувствительности в формулы (59+61) подставлены номинальные значения параметров кинематических звеньев механизма, т.е.  $r=0,1$  м;  $l=0,2$  м;  $1/c$ . Из полученных результатов следует, что функция чувствительности шатуна принимает нулевые значения в пределах одного оборота дважды - при  $\varphi = 180^\circ$  и  $\varphi = 360^\circ$ , т.е. она имеет периодический характер изменения. Функция чувствительности кривошипа принимает нулевые значения четыре раза в пределах одного оборота через каждые  $90^\circ$ , причем она изменяется по синусоидальному закону с удвоенной частотой относительно угловой скорости шатуна.

Погрешность, обусловленная угловой скоростью, присутствует при любом угловом положении шатуна. Однако при значениях углов, равных  $\pi$  и  $2\pi$ , функции чувствительности частоты принимают минимальные значения.

Приведенный пример анализа точности кинематической цепи механизма показывает, что расчет точности кинематических механизмов ЭВА представляет собой достаточно трудоемкую и сложную задачу, при решении которой требуется учитывать

как невременные, так и временные параметры цепей. Полученные расчетные значения погрешности выходных параметров сравниваются с заданными в технических требованиях и затем делается заключение о годности изделия.

Пример 8. Анализ точности. Провести анализ точности интегрирующего усилителя АВМ. В качестве выходной характеристики принимаем АЧХ, аналитическое выражение которой имеет вид

$$A(\omega) = \frac{K_0}{\sqrt{(1 - RC\tau_y \omega^2) + \omega^2 [(K_0 + 1)RC + \tau_y]^2}}$$

Графически АЧХ представлена на рис. 7.

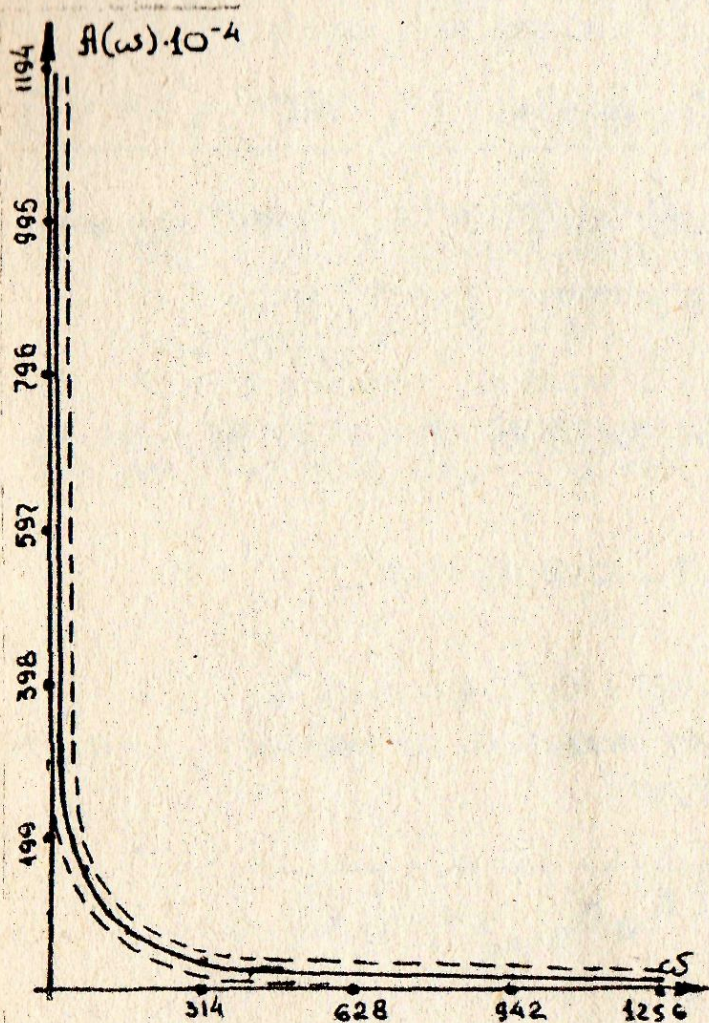


Рис. 7. Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) интегрирующего усилителя АВМ: — АЧХ интегрирующего усилителя АВМ, - - - отклонение АЧХ

Исходные данные:  $K_0 = 10^4 \pm 10\%$ ;  $R = 10^6 \text{ Ом} \pm 5\%$ ;  
 $C = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} \pm 5\%$ ;  $\tau_y = 0,002 \text{ с}$ ;  $\alpha_{R_+} = 12 \cdot 10^{-2} \text{ \%/град}$ ;  
 $\alpha_{R_-} = 7 \cdot 10^{-2} \text{ \%/град}$ ;  $T = \pm 60^\circ \text{ C}$ ;  $\alpha_{C_{\pm}} = 10\%$ ;  $f = 0 + 300 \text{ Гц}$ .

### Решение

1. Вычислим коэффициент влияния по параметру  $K_0$  :

$$A_{K_0} |_{q_i = q_{i0}} = \frac{M - K_0 \omega^2 R^2 C^2 (K_0 + 1)}{M},$$

где  $M = (1 - RC \tau_y \omega^2)^2 + \omega^2 [(K_0 + 1)RC + \tau_y]^2$ ;  $\omega = 2\pi f$ .

2. Вычислим коэффициент влияния по параметру  $R$  :

$$A_R |_{q_i = q_{i0}} = - \frac{\omega^2 RC \{ (1 - RC \tau_y \omega^2) (-\tau_y) + [(K_0 + 1)RC + \tau_y] (K_0 + 1) \}}{M}$$

3. Вычислим коэффициент влияния по параметру  $C$  :

$$A_C |_{q_i = q_{i0}} = - \frac{\omega^2 RC \{ (1 - RC \tau_y \omega^2) (-\tau_y) + [(K_0 + 1)RC + \tau_y] (K_0 + 1) \}}{M}$$

4. Вычислим погрешность выходного параметра, обусловленную погрешностью ЭРЭ:

$$\delta A(\omega) = \sqrt{A_{K_0}^2 \delta_{K_0}^2 + A_R^2 \delta_R^2 + A_C^2 \delta_C^2}.$$

5. Вычислим отклонение параметра  $R$  под воздействием температуры:

а) положительной:

$$\delta_R(\alpha_+) = \alpha_+ \cdot \Delta T = 0,12 \cdot 60 = 7,2\%$$

б) отрицательной:

$$\delta_R(\alpha_-) = \alpha_- \cdot \Delta T = 0,07 \cdot 60 = 4,2\%$$

6. Вычислим отклонение выходного параметра, обусловленное воздействием температуры:

а) положительной:

$$\delta(\alpha_\Sigma)_+ = \sqrt{A_R^2 \delta_{R(\alpha_+)}^2 + A_C^2 \delta_{C_+}^2};$$

б) отрицательной:

$$\delta(\alpha_\Sigma)_- = \sqrt{A_R^2 \delta_{R(\alpha_-)}^2 + A_C^2 \delta_{C_-}^2}.$$



7. Вычислим результирующее отклонение выходного параметра, обусловленное воздействием температуры и производственных погрешностей ЭРЭ:

а) для положительной температуры:

$$\delta A(\omega)_{\Sigma+} = \sqrt{\delta^2 A(\omega) + \delta^2 (\alpha_{\Sigma})_+};$$

б) для отрицательной температуры:

$$\delta A(\omega)_{\Sigma-} = \sqrt{\delta^2 A(\omega) + \delta^2 (\alpha_{\Sigma})_-}.$$

Результаты расчетов, проведенных на ЭВМ, показали, что

$$\delta(A(\omega)) = 7,07; \delta(A(\omega))_{\Sigma+} = 14,21; \delta(A(\omega))_{\Sigma-} = 12,66.$$

## ЛИТЕРАТУРА

1. Белов Б.И., Норенков И.П., Расчет электронных схем на ЭЦВМ. - М.: Машиностроение, 1971.
2. Епифанов Г.И. Физические основы микроэлектроники. -М.: Сов.радио, 1971.
3. Методические указания к дипломному проектированию по специальности "Конструирование и производство ЭВА и РЭА Под ред. Чеканова А.Н. - М.: изд. МВТУ, 1980.

<u>Оглавление</u>	
Введение.....	3
§ 1. Общие требования к выполнению домашних заданий.....	3
§ 2. Построение математических моделей активных ЭРЭ и функциональных узлов. Общие замечания.....	6
§ 3. Методы определения степени влияния параметров ЭРЗ при анализе точности функциональных узлов ЭВА .....	14
§ 4. Общий случай анализа точности выходных параметров устройств ЭВА.....	20
Литература.....	33