

Министерство высшего и среднего специального образования СССР

Московское ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени
высшее техническое училище им. Н. Э. Баумана

Ю. И. Нестеров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по курсовому проектированию
по курсу «Технология приборостроения»

Раздел «Автоматизированные системы управления
технологическими процессами»

Министерство высшего и среднего специального образования СССР

Московское ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени
высшее техническое училище им. Н. Э. Баумана

Ю. И. Нестеров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по курсовому проектированию
по курсу «Технология приборостроения»

Раздел «Автоматизированные системы управления
технологическими процессами»

Москва 1983

Министерство высшего и среднего специального образования СССР

Московское ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени
высшее техническое училище им. Н.Э. Баумана

Ю.И. Нестеров

Утверждено
редсоветом МВТУ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по курсовому проектированию
по курсу "Технология приборостроения"

Раздел " Автоматизированные системы управления
технологическими процессами"



Москва 1983

Данные методические указания издаются в соответствии с учебным планом.

Рассмотрены и Одобрены кафедрой П-8 06.04.81 г., методической комиссией факультета П и учебно-методический управлением.

Рецензент: к. т. н., доп. Богатырев Э.Г.

Московское высшее техническое училище им. Н.Э. Баумана

Юрий Иванович Нестеров

Редактор Л.П. Кистанов
В.Т.Карасев

Корректор

Заказ 530 Объем 2,5 п. л. (2,25уч.-изд.л) Тираж 500 экз.
Бесплатно Подлинно к почати27Λ2.82 г. План 1982 г., № 77

Типография МВТУ. 107005, Москва, Б-5, 2-я Бауманская, 5

Введение

Основа автоматизации производства - создание автоматизированных и автоматических систем управления сложными технологическими процессами, агрегатами и производствами с применением электронных управляющих вычислительных машин и средств автоматизации.

При разработке АСУ возникают некоторые общие проблемы, например:

- исследование существующих систем управления;
- анализ управляющих информационных потоков;
- разработка системы сбора информации;
- разработка технического обеспечения;
- создание комплекса программного обеспечения;
- распределение функций управления между техническими средствами и управленческим персоналом;
- дифференцированное распределение и представление управленческой информации для руководителей различных уровней АСУ.

Автоматизированная система управления технологическим процессом (АСУ ТП) - это система, которая при участии оперативного персонала в реальном масштабе времени обеспечивает автоматизированное управление процессом изготовления (переработки) продукта по заданным технологическим и технико-экономическим критериям.

Оперативный персонал в таких системах решает следующие задачи:

- 1) постановка и корректировка целей и критериев управления;
- 2) поиск алгоритмов для оптимального достижения этих целей;
- 3) принятие решений;
- 4) сбор и обработка информации, не поддающейся формализации.

§ 1. Основные принципы построения АСУ ТП

При решении задач управления технологическими процессами в настоящее время используют следующие основные принципы построения АСУ ТП:

1) Снижение размерности задач управления. Структурная схема системы технологический процесс - АСУ ТП - представлена на рис. 1.

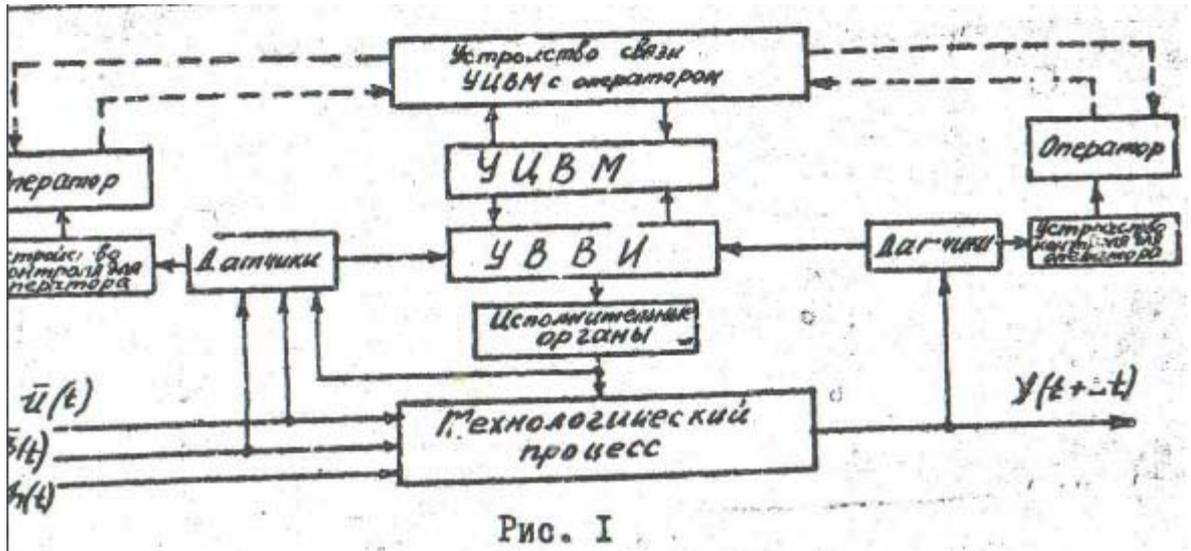


Рис. 1

Математическая модель этой системы в общем случае может быть представлена выражением

$$\bar{y}(t + \Delta t) = A [\bar{u}(t) + B \bar{y}(t); F [\bar{z}(t), \bar{r}(t)]]$$

Где $\bar{y} = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ - вектор выходных параметров технологического процесса; Δt - время от начала цикла действия АСУ ТП до получения контрольной информации о результатах этого действия; A - оператор действия АСУ ТП в целом; $\bar{u}(t) = \{u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t)\}$ - вектор годных контролируемых воздействий; B - оператор управляющих воздействий; F - оператор неуправляемых воздействий; $\bar{z}(t) = \{z_1(t), z_2(t), \dots, z_m(t)\}$ - вектор контролируемых, но неуправляемых входных воздействий, например измеряемые параметры исходных материалов; $\bar{r}(t) = \{r_1(t), r_2(t), \dots, r_m(t)\}$ - вектор контролируемых и управляемых входных воздействий.

Пренебрегая несущественными во многих случаях факторами, воздействующими на технологический процесс, и

параметрами объекта управления, можно существенно снизить размерность задачи управления, в следовательно, упростить структуру алгоритма управления АСУ ТП и состав технических средств для ее реализации.

2) Использование многоуровневого принципа управления. Сложная и многосвязная система технологических маршрутов, движение сериальных потоков, полуфабрикатов узлов, межцеховых связей определяет сложность у всей структуры управления современным производством.

Однако, как правило, производственному процессу и его структуре управления соответствует многоуровневый характер управления, как по вертикали, так и по горизонтали. Многоуровневость построения АСУ можно представить в виде структурной схемы, как показано на рис. 2. Ему соответствует дерево управления (рис. 3).

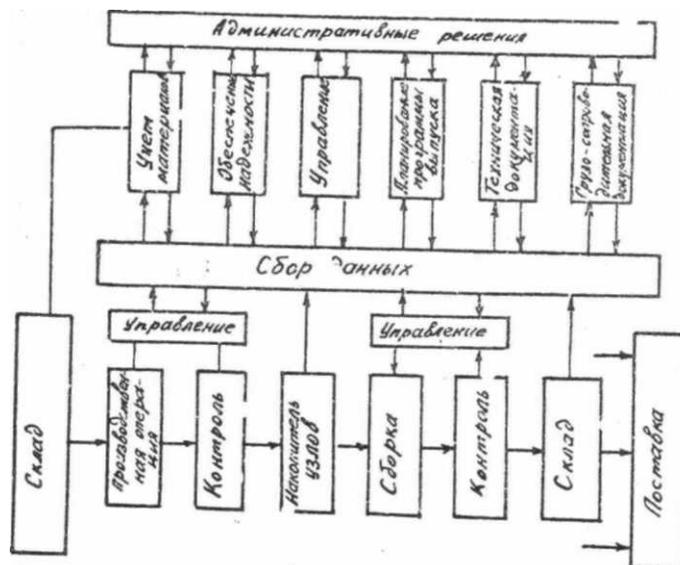


Рис. 2

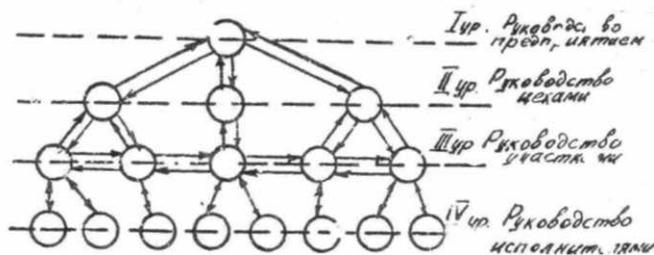


Рис. 3

На представленных схемах сверху вниз идет поток управляющих воздействий, снизу вверх - информация о текущем состоянии объекта управления более низкого уровня.

Дерево управления показывает, что круг задач, подлежащих решению на каждом уровне управления, возрастает с повышением его уровня. Нижний уровень - источник информации для более высокого уровня. При этом количество информации уменьшается с возрастанием уровня управления, однако возрастает ее смысловое значение (содержание). Руководители высшего уровня принимают более ответственные решения и их исполнение на более низких уровнях обязательно.

При различном сочетании элементов централизации и децентрализации с развитием саморегулирования на каждом уровне информационные потоки должны быть организованы таким образом, чтобы максимальный объем данных обобщался и использовался именно на том уровне, где эти данные возникают с минимальной передачей другому уровню по вертикали, либо соседу по горизонтальным связям.

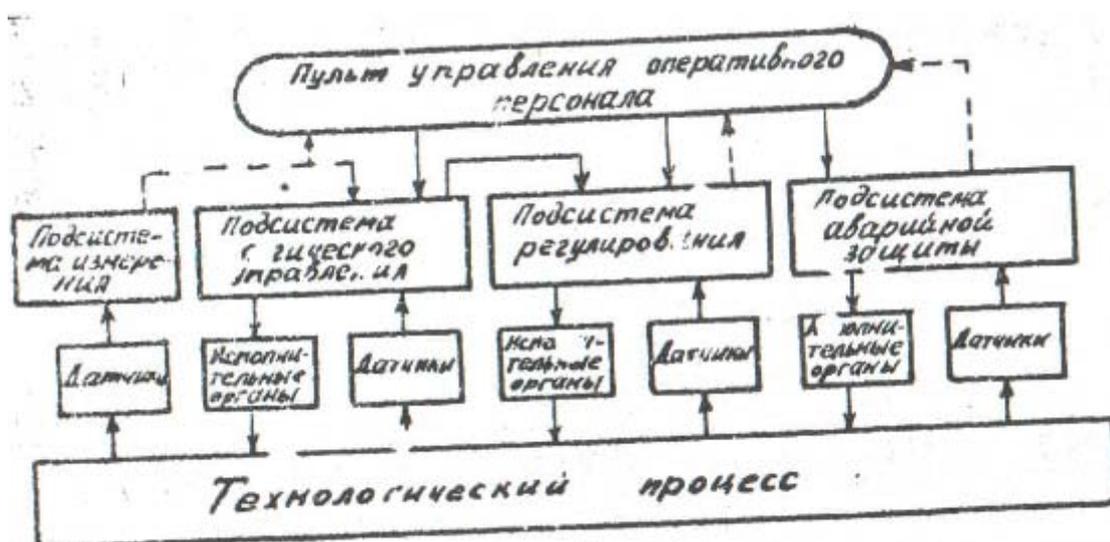


Рис. 4

3) Использование многофункционального принципа управления (системный подход). Сложность задачи управления приводит к разделению всей системы управления на отдельные подсистемы. Каждая из подсистем имеет свой особый круг задач, возникающих в процессе управления ТП. Структура основных подсистем АСУ ТП представлена на рис.4.

Подсистемы могут взаимодействовать друг с другом, как например, подсистема измерений и контроля и подсистема логического управления.

В том случае отдельные локальные цели подсистем могут входить в противоречия друг с другом либо с главной целью всего технологического процесса, например, между подсистемами регулирования и защиты. Поэтому при проектировании и разбиении процесса управления на отдельные подсистемы необходим комплексный подход, учитывающий факторы как экономического, так и технического характера.

4) Рациональное распределение функций управления между оперативным персоналом и комплексом технических средств. Важное практическое значение при реализации АСУ ТП имеет рациональное распределение функций управления между оперативным персоналом и техническими средствами.

Следует помнить, что такие функции, как сбор текущей информации о состоянии технологического процесса, передача этой информации для дальнейшей обработки техническими средствами, расчет оперативных характеристик и показателей технологического процесса, регулирование, хранение и отображение текущей информации легко поддаются формализации и могут быть целиком выполнены техническими средствами.

Функции принятия решения практически не поддаются формализации и могут быть выполнены только оператором.

§ 2. Классификация АСУ ТП

АСУ ТП можно классифицировать следующим образом [2] .

По характеру управляемого технологического процесса АСУ ТП можно разделить на следующие большие классы:

- АСУ основными непрерывными технологическими процессами;
- АСУ основными непрерывно-дискретными технологическими процессами;
- АСУ основными дискретными процессами;
- АСУ сборочными процессами в дискретном производстве;
- АСУ контрольными операциями и процессами,
- АСУ процессами изготовления оснастки и инструмента для основного производства.

АСУ сборочными процессами представляют собой верхний уровень комплексных АСУ ТП и координируют в реальном времени ряд дискретных технологических процессов или операций (операционный характер процесса).

Контрольные операции (процессы) - не основные технологические операции, но они необходимые процессы, обеспечивающие и выявляющие требуемые характеристики продукции. В приборостроительных отраслях промышленности контрольные операции составляют в среднем большой удельный вес от общей трудоемкости изготовления продукции, и для их выполнения требуется большой процент работающих на предприятии. Поэтому АСУ контрольными операциями все интенсивнее внедряют в различные производства. За исключением операций контроля на автоматических поточных или сборочных линиях, функционирование АСУ не увязывается жестко во времени с основным технологическим циклом, однако, при этом должна обеспечиваться заданная средняя производительность.

В последние годы АСУ ТП начали внедрять во многие процессы подготовки производства, например, в изготовление фотошаблонов интегральных схем, электродов сложного профиля для электроискровой обработки, теневых масок кинескопов и т.п. Специфическая особенность функционирования этих АСУ - их условная развязка с основным временным производственным циклом.

Классификация по степени сложности управляемого процесса основывается на условных границах числа параметров контроля и управления процессом. Так для предприятий с непрерывным и непрерывно-дискретным характером производства выделяются количественные границы: 20, 40, 100, 800 параметров.

По степени охвата управляемого процесса системы делятся на два основных класса: комплексные и локальные АСУ ТП.

Классификация по степени автоматизации задач управления основывается на признаке технического совершенствования АСУ ТП. Выделяются три основных класса:

- системы с автоматическим сбором и обработкой информации (информационные);
- системы с автоматической выработкой советов оперативному персоналу (информационно-советующие);

- системы автоматического управления процессом (управляющие).

Классификация по функционально-алгоритмическому признаку определяет функцию и степень совершенства алгоритма управления, реализуемого АСУ ТП.

В соответствии с этой классификацией АСУ ТП можно разделить на следующие большие классы:

- системы логико-программного управления;
- системы экстремального управления;
- системы адаптивного управления;
- **системы** организационно-технологического управления;
- системы оптимально-координационного управления.

В табл. I указаны основные функции перечисленных классов и приведены примеры соответствующих объектов управления.

Классификация по архитектурному признаку обобщает все известные системотехнические решения при построении АСУ ТП различной сложности.

§ 3. Математические модели и методы оптимизации управления в АСУ ТП

Наиболее выразительные средства анализа автоматизированных систем управления технологическими процессами - структурные схемы и математические модели.

Основные элементы задачи оптимизации управления технологическими процессами: построение модели технологического процесса; выбор целевой функции; составление ограничений на параметры состояния и управления.

При разработке практических моделей технологических процессов большое значение имеет умелое применение физических и химических законов. В моделях технологического процесса возможны неточности, даже в тех случаях, когда предположения, применяемые для их разработок, обоснованы. Таким образом, с одной стороны, решение задачи оптимизации зависит от точности модели технологического процесса, с другой стороны, необходимо отметить, что затраты больших усилий на построение сложных моделей редко приводят к созданию модели, которая обеспечивала бы лучшие результаты по сравнению с простой.

Основные этапы при построении моделей технологического процесса:

- установление переменных, представляющих интерес, а также определение количества имеющейся информации - собранной и зарегистрированной или той, которую ожидают получить в экспериментах;
- упрощение модели технологического процесса, которая должна служить только поставленной цели.

Модель технологического процесса устанавливает связи между переменными состояниями и переменными управления.

Целевая функция и ограничения являются функциями, как переменных состояний, так и переменных управления.

Таблица 6

Класс АСУ ТП	Основные функции	Типовые примеры объектов управления	Основные источники экономической эффективности
Системы логико-программного управления	Прямое цифровое управление по жесткой или полужесткой программе одной или группой (в режиме разделения времени) технологических установок	Группа механообработывающих станков, группа автоматизированных постов контроля, интегральных схем	Повышение производительности труда; сокращение ошибок оперативного персонала и брака по причине ошибок, стабилизация технологического процесса, сокращение числа работающих
Системы экстремального управления	Автоматическое или с участием человека управление одной или несколькими операциями (процессами / по определенному алгоритму, обеспечивающему нахождение экстремума заданного критерия (значения параметра)	Установки эпитаксиального наращивания кремниевых структур; диффузионные печи	Повышение качества и надежности продукции и увеличение ее выпуска; оптимизация номенклатурного распределения выпускаемых изделий
Системы адап-	Автоматическое или с участием	Вакуумные установки	То же

тивного управления	человека управление одной или несколькими операциями (процессами) по самонастраивающемуся алгоритму, обес-		
--------------------	--	--	--

Продолжение таблицы I

Класс АСУ ТП	Основные функции	Типовые примеры объектов управления	Основные источники экономической эффективности
	печатающему нахождение экстремума в условиях случайных изменений внешних воздействий		
Системы организационно-технологического управления	Автоматический и полуавтоматический сбор, обработка, наглядное отображение технологической и организационно-производственной информации, управление с участием человека технологическим процессом	Технологические линии производства интегральных схем	Сокращение потерь рабочего времени; повышение оперативности управления; повышение качества управления техпроцессом, сокращение простоев оборудования
Системы оптимального управления	Автоматическое или автоматизированное управление взаимосвязанными технологическими процессами с динамической оптимизацией по критерию максимума выхода продукта	Сборочные производства радиопаратуры, цветных кинескопов	Увеличение выпуска продукции, повышение качества выпускаемых изделий (продукта), сокращение простоев оборудования

Наиболее удобная форма модели технологического процесса - модель, в которой каждая переменная состоит из выражения как функция переменных управления.

В такой форме модель технологического процесса имеет вид

$$y_j = f_j(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

где y_j - переменная состояния, $j = 1, 2, \dots, m$; x_i - переменная управления, $i = 1, 2, \dots, n$.

Когда целевая функция F зависит от переменных состояния и временных управления, она может быть представлена

$$F = F(y_1, y_2, \dots, y_m; x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Наиболее простая и удобная форма модели технологических процессов - линейная алгебраическая модель. Ее нетрудно построить методом регрессионного анализа. Модель технологических процессов в форме многочлена второго порядка может обеспечить исследование нелинейных технологических процессов, например, процессов, протекающих в жидкостях.

Линейные алгебраические модели технологических процессов в приращениях устанавливал зависимость между изменениями переменных состояния и переменных управления:

$$\Delta y_j = \sum_{i=1}^n A_{ji} \Delta x_i,$$

$$\Delta y_j = y_j^{t+1} - y_j^t; \Delta x_i = x_i^{t+1} - x_i^t,$$

Где переменные y_j^{t+1} и x_i^{t+1} измеряются в $(t + 1)$ -й момент времени, а y_j^t и x_i^t - в t -й момент времени.

Поскольку речь идет об измерении устойчивых состояний, временные промежутки должны быть достаточно продолжительными, чтобы закончились переходные процессы.

Динамические модели технологических процессов с непрерывным временем определяют производные переменных состояния

как функции переменных состояния, переменных управления и времени. Общую форму динамической модели технологического процесса непрерывным временем можно представить в виде

$$\frac{dy_j}{dt} = H_j(y_1, y_2, \dots, y_m; x_1, x_2, \dots, x_n, t)$$

Динамические модели технологических процессов с дискретным временем выражают величину переменных состояния $y_j(t_0 + \Delta t)$ в момент времени $(t_0 + \Delta t)$ как функцию:

а) переменных состояния в предыдущий момент времени $y_j(t_0)$;

б) влияния переменных управления в предыдущий момент времени $J_j(t_0)$;

в) моментов времени t_0 , и $t_0 + \Delta t$.

Общая форма динамической модели технологического процесса с дискретным временем имеет вид разностного уравнения

$$y_j(t_0 + \Delta t) = \Psi_j(t_0 + \Delta t; y_1(t_0), y_2(t_0), \dots, y_m(t_0); I_1(t_0); I_2(t_0), \dots, I_m(t_0); t_0)$$

Целевая функция - математическое выражение результата действия технологического процесса. Выбор и нахождение ее максимального или минимального значения - проблема оптимизации. В отличие от моделей технологических процессов нелепые функции обычно выражают не физические величины, такие, например, как прибыль, стоимость, качество и т.п.

Часто эффективность управления технологическим объектом необходимо оценивать по нескольким показателям качества управления.

Комплексная оценка по нескольким показателям одновременно затруднительна, поэтому на практике искусственно вводят обобщающий показатель эффективности. Для его получения используют следующие пути.

В первом случае обобщающий показатель записывается как взвешенная сумма отдельных показателей эффективности,

$$F^* = a_1 F_1 + a_2 F_2 + \dots + a_n F_n;$$

где a_i - положительные или отрицательные весовые коэффициенты; знак "+" при тех частных показателях, которые желательно увеличить; "-" при частных показателях, которые желательно уменьшить.

Абсолютные значения коэффициентов или их веса соответствуют степени важности частных критериев. На весовые коэффициенты накладывается следующее нормировочное условие $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$.

Для назначения весов используется метод экспертных оценок.

Во втором случае обобщающий показатель определяется

$$F^* = \frac{F_1 + F_2 \cdot F_3 \dots F_n}{F_{n+1} \cdot F_{n+2} \dots F_k}$$

выражением:

В числителе те критерии, которые желательно увеличить, в знаменателе - уменьшить.

Ограничения на переменные состояния и церемонные управления либо ограничивают область допустимых значений переменных состояния и переменных управления, либо устанавливают дополнительные зависимости между переменными управления. При оптимизации реальных технологических процессов ограничения имеются всегда.

Ограничения приобретают большое значение при оптимизации, например, линейная целевая функции, применяемая при линейном программировании, вообще не имеет экстремума, если отсутствуют ограничения на переменные управления. С другой стороны, ограничения на переменные управления обычно отрицательно сказываются на качества оптимального процесса.

Основные математические методы, применяемые для решения задач оптимального управления: линейное программирование; динамическое программирование; теория массового обслуживания; теория игр и статистических решений.

3.1. Использование методов линейного программирования для решения задач управления.

Для задач линейного программирования характерны следующие особенности:

1. F – целевая функция имеет вид линейной зависимости от переменных x_1, x_2, \dots, x_n ;
2. ограничительные условия, налагаемые на возможные решения, имеют вид линейных равенств или неравенств.

Общая задача линейного программирования формулируется так: найти n -неотрицательных переменных x_1, x_2, \dots, x_n , минимизирующих заданное значение целевой функции

$$F = C_1 x_1 + C_2 x_2 + \dots + C_n x_n, \quad (I)$$

где c_i - весовой коэффициент целевой функции; кроме того, x_1, x_2, \dots, x_n одновременно должны удовлетворять системе m алгебраических уравнений, имеющих вид линейных равенств и обладающих n - неизвестными, причем $n > m$;

$$\begin{aligned} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n &= b_1; \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n &= b_2; \\ a_{k1} x_1 + a_{k2} x_2 + \dots + a_{kn} x_n &= b_k; \\ a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \dots + a_{mn} x_n &= b_m, \end{aligned} \quad (2)$$

где a_{ij} - весовой коэффициент; b_i - ограничительное условие.

Часто требуется не минимизация, а максимизация целевой функции F . Максимизация целевой функции может быть легко сведена к минимизации введением вспомогательной функции $F = -F$ и ограничений неравенствами вида

$$a_{k1} x_1 + a_{k2} x_2 + \dots + a_{kn} x_n \leq b_k,$$

$$a_{k1} x_1 + a_{k2} x_2 + \dots + a_{kn} x_n - b_k \leq 0.$$

которые могут быть преобразованы к виду Вводя некоторую новую дополнительную переменную, например Y_k , (причем неотрицательную), всегда можно выбрать такое Y_k , чтобы превратить ограничения неравенства в ограничения равенство:

$$\begin{aligned} a_{k1} x_1 + a_{k2} x_2 + \dots + a_{kn} x_n - b_k + Y_k &= 0, \\ \text{или } a_{k1} x_1 + a_{k2} x_2 + \dots + a_{kn} x_n + Y_k &= b_k. \end{aligned} \quad (3)$$

При этом число добавочных неизвестных увеличивается на число уравнений в исходной задаче линейного программирования, т.е. на m .

Целевая функция (I) запишется в виде

$$F = C_1 x_1 + C_2 x_2 + \dots + C_n x_n - Y_1 - Y_2 - \dots - Y_m. \quad (4)$$

При этом любая совокупность неотрицательных переменных x_1, x_2, \dots, x_n , удовлетворяющих системе уравнений (3) и (4), называется допустимым решением. Неотрицательное допустимое решение, которое обращает в минимум целевую функцию (4), называется оптимальным решением.

Рассмотрим пример использования методики задач линейного программирования в реальных задачах.

Метод последовательного улучшения плана (симплекс-метод).

Его идея заключается в выборе некоторого опорного плана и последовательного его улучшения вплоть до оптимального, опорный план в этом случае рассматривается как некоторое начальное приближение к оптимальному. Близость планов к оптимальному оценивается некоторым заранее выбранным критерием.

Целенаправленный перебор возможных решений уменьшает общее число переборов, которое нужно было бы выполнить для получения оптимального решения.

Пример. Пусть участок станков с ЧПУ осуществляет обработку партий двух видов деталей: колесо-фиксатор накопителя на магнитном диске (НМД) - партия А и каретка НМД - партия В, т.е. $n=2$.

Для механической обработки указанных деталей можно использовать два вида станков с ЧПУ, условно назовем их станок α и станок β , т.е. $m=2$.

Для обработки партии деталей А станок α используется в течение 2 часов, а станок β - в течение 1 часа, а для партии деталей В станок α используется в течение 1 часа, а станок β - в течение 2 часов.

В соответствии со структурой общей задачи линейного программирования

$$\alpha_{11} = 2; \quad \alpha_{12} = 1; \quad \alpha_{21} = 1; \quad \alpha_{22} = 2.$$

Участок станков с ЧПУ может выделить для обработки партий деталей А и В станок α в течении 10 часов, станок β - в течение 8 часов, т.е. ограничительные коэффициенты соответственно равны $b_1 = 10$, $b_2 = 8$. Причем прибыль участка станков с ЧПУ от обработки детали-колесо-фиксатор НМД составляет 5 руб, а детали-каретка НМД - 2 рубля, т.е. весовые коэффициенты целевой функции соответственно равны $c_1 = 5$; $c_2 = 2$.

Необходимо найти такие условия, при которых в соответствии с поставленной задачей и принятыми ограничениями участком станков - ЧПУ будет получена максимальная прибыль, т.е. максимум целевой функции (I).

Для решения задачи обозначим через x_1 количество деталей в партии А, а через x_2 - количество деталей в партии В. Тогда ограничительные условия в соответствии с заданными в задаче весовыми коэффициентами a_{ij} будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 &\leq 10 \text{ для станка } \alpha; \\ x_1 + 2x_2 &\leq 8 \text{ для станка } \beta. \end{aligned} \quad (5)$$

Целевая функция для участка станков с ЧПУ с учетом стоимости (прибыли) от каждой обработанной детали из партии А и В будет иметь вид

$$\max F = 5x_1 + 2x_2 \quad (6)$$

Ограничительные неравенства (5) следует превратить в ограничительные равенства.

Введем дополнительные переменные: y_3 - время простоя станка α ; y_4 - время простоя станка β .

Пусть штраф простоя станка (или потеря прибыли от простоя) соответствует одному рублю за час простоя.

Тогда ограничения (5) примут вид

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + y_3 = 10, \\ x_1 + 2x_2 + y_4 = 8, \end{cases} \quad (7)$$

а целевая функция (6)

$$\max F = 5x_1 + 2x_2 - y_3 - y_4. \quad (8)$$

Итак, осуществлено преобразование конкретной задачи управления участком станков с ЧПУ к общей задаче линейного программирования.

Нам необходимо найти $\max F$ из уравнения (8) при ограничениях (7) с учетом того, чтобы все переменные оставались неотрицательными, т.е. $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, y_3 \geq 0, y_4 \geq 0$.

Рассматривая соотношения (7) и (8), видим, что в данном случае общее число неизвестных больше, чем число уравнений, поэтому задача может быть решена путем целенаправленного перебора линейным программированием.

1 шаг: примем в качестве опорного плана решение такое, при котором переменные $x_1=0; x_2=0$. Переменные, которые на данном шаге решения не равны 0, называют основными, а которые обращаются в 0 – неосновными.

При принятых опорных условиях нам необходимо определить основные переменные y_3, y_4 и F_{\max}

$$\begin{cases} y_3 = 10 - 2x_1 - x_2; \\ y_4 = 8 - x_1 - 2x_2, \end{cases} \quad (9)$$

при $x_1 = x_2 = 0, y_3 = 10, y_4 = 8.$

Для определения значения целевой функции подставляем значения y_3 и y_4 из (9) в выражение для целевой функции (8)

$$\max F_1 = -18 + 8x_1 + 5x_2. \quad (10)$$

Из (10) при $x_1=x_2=0$ имеем

$$\max F_1 = -18 \text{ руб.}$$

Таким образом, первым решением будет

$$\max F_1 = -18 \text{ руб; при } x_1 = x_2 = 0, y_3 = 10; y_4 = 8.$$

Наша задача – увеличить значение F на последующих шагах. Для этого последовательно переводим переменные x_1 и x_2 в основные, причем сначала в основную переводим x_1 , так как при ней больший весовой коэффициент в выражении для целевой функции (10). В этом случае получим большее приращение целевой функции и, следовательно, для достижения оптимального решения потребуется меньшее число шагов.

В качестве отправных уравнений для выполнения второго шага используем систему уравнений (7) и уравнение (10).

2 шаг: из этих уравнений видно, что чем больше будет выбрано значение x_1 , тем большее приращение целевой функции получим.

Однако, здесь необходимо учитывать ограничения (7) и условие неотрицательности переменных. Поэтому значение x_1 может быть равным $\frac{10}{2}; \frac{8}{1}$ из (7).

Из этих двух значений принимаем $x_1=5$, т.е. меньшее значение. Таким образом, x_1 перевели в основную переменную, а $x_2=0$ – из предыдущего шага.

Из предыдущего уравнения системы (7) видно, что при $x_1=5$, $x_2=0$, $u_3=0$, т.е. u_3 переходит в неосновную переменную. Тогда необходимо определить u_4 и $\max F_2$. Из того же уравнения системы (7), получим x_1 в явном виде

$$x_1 = 5 - \frac{1}{2}x_2 - \frac{1}{2}u_3 \quad (11)$$

Подставим полученное выражение x_1 во второе уравнение системы (7), получим

$$\frac{3}{2}x_2 - \frac{1}{2}u_3 + u_4 = 3 \quad (12)$$

Из (12) при $x_2=0$ и $u_3=0$ имеем $u_4=3$. Объединяя уравнения (11) и (12) в систему, аналогичную системе (7), имеем

$$\begin{cases} x_1 + \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}u_3 = 5; \\ \frac{3}{2}x_2 - \frac{1}{2}u_3 + u_4 = 3. \end{cases} \quad (13)$$

Подставляя x_1 из (11) в выражение для целевой функции L , получим

$$\max F_2 = 22 + x_2 - 4u_3 \quad (14)$$

Из (14) при $x_2=u_3=0$ получим второе решение $\max F_2 = 22$ руб, при $x_1=5$, $x_2=0$, $u_3=0$, $u_4=0$.

3 шаг: в качестве отправных соотношений предыдущего шага используем соотношения (13) и (14). На третьем шаге переведем в основную переменную x_2 . Решение выполняется аналогично предыдущему шагу. Из (14) видно, что чем больше

$$x_2 = 0,5; \text{ или } \frac{3}{2}$$

будет принято значение x_2 , тем большее приращение целевой функции получим. Однако, здесь необходимо учитывать ограничения (13) и условие неотрицательности переменных.

Из первого уравнения системы (13) имеем
Принимаем меньшее $x_2=2$. Тогда $y_3=0$.

Из второго уравнения системы (13) видно, что $y_4=0$. На третьем шаге необходимо найти x_1 и $\max F_3$. Получим x_3 в явном виде из этого же уравнения (13).

$$x_2 = 2 + \frac{1}{3}y_3 - \frac{2}{3}y_4 \quad (15)$$

Подставляем значение x_1 в первое уравнение системы (13)

$$x_1 + \frac{1}{2} \left(2 + \frac{1}{3}y_3 - \frac{2}{3}y_4 \right) + \frac{1}{2}y_3 = 5;$$

Или из $x_1 + \frac{2}{3}y_3 - \frac{1}{3}y_4 = 4$ при $y_3 = y_4 = 0$
получим $x_1=4$.

Добавляем к последнему уравнению уравнение (15), получим

$$\begin{cases} x_1 + \frac{2}{3}y_3 - \frac{1}{3}y_4 = 4; \\ x_2 - \frac{1}{3}y_3 + \frac{2}{3}y_4 = 2. \end{cases} \quad (16)$$

Подставим полученное значение x_2 в выражение для F_{\max}

$$\max F_3 = 24 - \frac{2}{3}y_4 - 3 \cdot \frac{2}{3}y_3 \quad (17)$$

Из (17) при $y_3=y_4=0$ получим $\max F_3=24$ руб, при $x_1=4$, $x_2=2$.

Третье решение - оптимальное, т.к. как в выражении для целевой функции (17) весовые коэффициенты при y_3 и y_4 отрицательные и, следовательно, никакое положительное значение y_3 и y_4 не дает приращения в значении целевой функции.

Таким образом, о моменте достижения оптимального решения можно судить по знакам весовых коэффициентов в целевой функции.

Метод линейного целочисленного программирования. При производстве печатных плат и интегральных схем ЭВА широкое применение находят технологические установки последовательного действия (УПД), например, координатографы, фотонаборные установки, программно-управляемые сверлильные станки и ряд других установок, имеющих общие принципы формирования изображения. Управление данными устройствами проводится подачей на их входы совокупности команд. Количество команд определяется функциональными возможностями установки.

Порядок формирования связанных изображений, например, контур масок M_1, M_2, \dots, M_n на фотонаборной установке, определяется последовательностью подаваемых на ее входы макрокоманд v_1, v_2, \dots, v_n . Время работы установки последовательного действия зависит от порядка следования макрокоманд управления. Тогда время работы УПД при формировании всех изображений M_1, M_2, \dots, M_n определяется соотношением [6]

$$T^{(s)} = T_n^{(s)} + T_M = \sum_{i=1}^{n-1} t_{\alpha_i \alpha_{i+1}} + \sum_{i=1}^n \Delta t_i, \quad (18)$$

где $T_n^{(s)}$ - суммарное время переходов между реализацией макрокоманд; v_1, v_2, \dots, v_n ; T_M - суммарное время выполнения макрокоманд ($T_M = \text{const}$); Δt_1 - время формирования связанного изображения M ; $t_{\alpha_i \alpha_{i+1}}$ - время пархода от окончания реализации макрокоманды v_{α_i} к началу выполнения $v_{\alpha_{i+1}}$; s - индекс метода, который используется для построения после $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$ микрокоманд

Стоимость формирования полного изображения $M = \{M_1, M_2, \dots, M_n\}$ с учетом затрат на оптимизацию порядка следования

макрокоманд управления $C_{\text{опт}}$ и затрат на работу УПД $C_{\text{упд}}$ составит [4].

$$C^{(s)} = C_{\text{опт}}^{(s)} + C_{\text{упд}}^{(s)} = C_{\text{вм}}^* T_{\text{вм}}^{(s)} + C_{\text{упд}}^* T_q^{(s)}, \quad (19)$$

где $C_{\text{вм}}^*$ и $C_{\text{упд}}^*$ - соответственно удельная стоимость работы вычислительной машины, на которой проводится оптимизация следования макрокоманд, и работы УПД; $T_{\text{вм}}^{(s)}$ и $T_q^{(s)}$ - соответственно величины времени работы УПД и ЭВМ, которые зависят от количества макрокоманд управления и выбранного метода оптимизации, обозначенного индексом s , а q - необходимое число копий изображений M .

Для каждого значения n при заданном q можно выбрать метод оптимизации с индексом s , для которого суммарная стоимость $C^{(s)}$ будет минимальной.

Оптимизация порядка следования макрокоманд управления заключается в определении такой их последовательности, при которой $T = \min$. При $T_M = \text{-const}$ минимизация T эквивалентна минимизации T_n . Для решения указанной задачи широкое применение находят методы целочисленного линейного программирования, такие, как алгоритм решения задачи о

маршруте коммивояжера или алгоритм, в основу которого положен принцип "ближайшего города".

Рассмотрим применение последнего метода при оптимизации работы фотонаборной установки (рис. 5). Фотонаборная установка состоит из механического стола, перемещаемого вдоль осей X и Y,

закрепленной на нем светочувствительной пластиной, диафрагмирующего устройства и источника света. Исходная информация - управляющая перфоленга, на которой последовательно перечисляются координаты и размеры масок. Последовательность масок на управляющей перфоленге определяет порядок перемещения стола при экспонировании фотопластины. Каждая маска i ($i = 1, 2, \dots, n$) описывается

макрокомандой $v_i = \{x_i, y_i, x_i^0, y_i^0\}$, где x_i, y_i - координаты базовой точки маски i (это обычная левая нижняя точка прямоугольной маски), а x_i^0, y_i^0 - размеры диафрагмы, соответствующие размерам формируемой маски i . Управляющая вычислительная машина фотонаборной установки определяет приращения Δx и Δy для перемещения стола при переходе к экспонированию очередной маски и вырабатывает управляющий сигнал, который отрабатывается двигателями, механического стола.

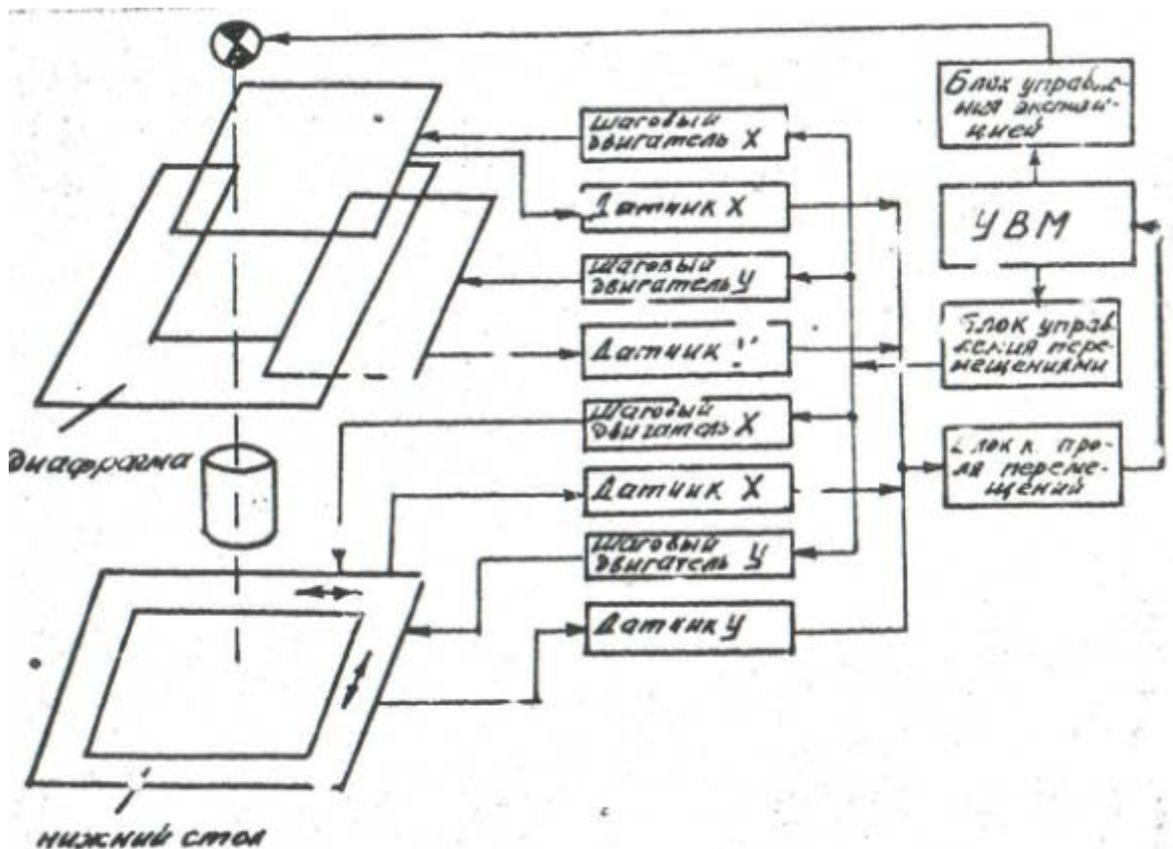


Рис. 5

Одновременно определяются изменения диафрагмы Δx и Δy и вырабатывается сигнал управления двигателями диафрагмирующего устройства. Быстродействие фотонаборной установки ограничивается скоростями изменения диафрагмы и движений стола, которые зависят от величины управляющего сигнала, возрастающего при увеличении соответствующих приращений $\Delta x, \Delta y, \Delta x, \Delta y$

В соответствии с рассматриваемым методом оптимизации решения данной задачи упорядоченный список номеров макрокоманд $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k, \alpha_{k+1}, \dots, \alpha_n\}$ формируется последовательно, причем если

$$t_{\alpha_{k+1}} = \min_{\substack{s=1 \\ s \neq \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k}}^{n-k+1} t_{\alpha_s}, \quad \alpha_{k+1} = j \quad (20)$$

т.е. при определении номера очередной макрокоманды этой последовательности выбирается номер такой макрокоманды из списка $\{1, 2, \dots, n\}$, переход к которому занимает наименьшее время при условии, что этот номер не был уже выбран ранее.

Выбор первого номера α , проводится с учетом работы конкретной

УПД. Тогда время решения задачи упорядочения последовательности макрокоманд с помощью данного метода пропорционально $(n-1)(n-2)$. В нашем примере время переход от окончания депонирования маски i к началу экспонирования маски можно определить как

$$t_{ij} = \max(t_{ij}^c, t_{ij}^a), \quad (21)$$

где t_{ij}^c - время перемещения стола при переходе от экспонирования маски i к маске j , а t_{ij}^a - время изменения диафрагмы при этом переходе.

Это выражение можно представить в виде [4]

$$t_{ij} = \frac{1}{2} (|t_{ij}^c - t_{ij}^a| + t_{ij}^c + t_{ij}^a). \quad (22)$$

В свою очередь t_{ij}^c и t_{ij}^a равны

$$t_{ij}^c = \frac{\Delta z_{ij}}{v_c(\Delta z_{ij})}; \quad t_{ij}^a = \frac{\partial z_{ij}}{v_a(\partial z_{ij})}, \quad (23)$$

где $\Delta z_{ij} = \max(|x_i - x_j|, |y_i - y_j|)$;
 $\partial z_{ij} = \max(|x_i - x_j|, |y_i - y_j|)$

$v_c(\Delta z_{ij})$, $v_a(\partial z_{ij})$ - соответственно средняя скорость перемещения стола и изменения диафрагмы в одном из направлений X и Y , которая зависит от соответствующих приращений Δr_{ij} и ∂z_{ij} , последнее в свою очередь соответствует условию, что перемещение стола и изменение диафрагмы происходят одновременно в двух направлениях (X и Y). Зависимости $v_c(\Delta z_{ij})$ и $v_a(\partial z_{ij})$ для каждого типа фотонаборной установки также известны.

Обычно фотонаборная установка начинает работу с нулевого положения, т.е. $x=0$, $y=0$. Поэтому выбор первой маски для экспонирования можно осуществить так

$$\alpha_1 = e, \text{ если } t_{0e} = \min_{s=1}^n t_{0s}, \quad (24)$$

где t_{0s} - время перемещения стола из точки с координатами $(0,0)$ в точку (x_s, y_s) .

На рис. 6 показан маршрут перемещения стола после упорядочения списка следования масок. Время T_{Π} без оптимизации и с оптимизацией составляет 165,2 и 67,2 усл. ед. (при $v_c = 1$ и $v_a = 0,7$). Таким образом, уменьшение времени работы

фотонаборной установки (без учета времени на экспонирование масок) составляет 60%.

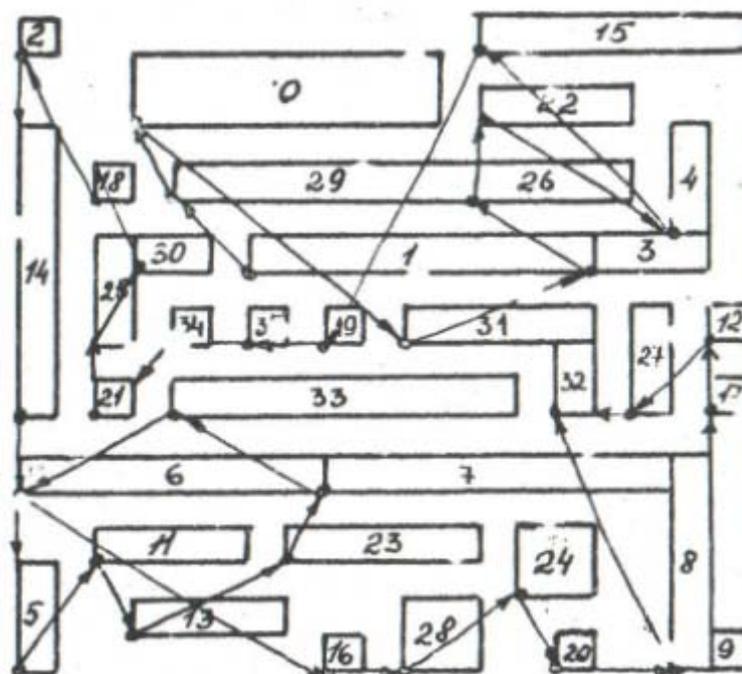


Рис. 6

3.2. Применение теории массового обслуживания для решения задач управления

При решении задач управления в АСУ ТП приходится учитывать то, что случайные закономерности являются определяющими для всего интересующего нас процесса. Такие задачи, как правило, решаются с помощью теории массового обслуживания [7].

Рассмотрим применение методов теории массового обслуживания на конкретном примере, а именно в системе автоматического контроля статистических параметров цифровых интегральных схем (ЦИС). Структурная схема системы представлена на рис. 7. Система работает в режиме разбраковки и классификации ЦИС по группам, количество которых - до 10 с выпечиванием результатов испытаний по каждому тесту. Максимально количество тестов для ЦИС - 100, количество выводов ЦИС - до 20. Система обеспечивает:

- 1) автоматический контроль электрических параметров: ЦИС в корпусе или на пластине;
- 2) автоматическую классификацию по одной из 10 классификационных групп;
- 3) автоматическое управление загрузочно-погрузочными и контактными устройствами зондового контроля.

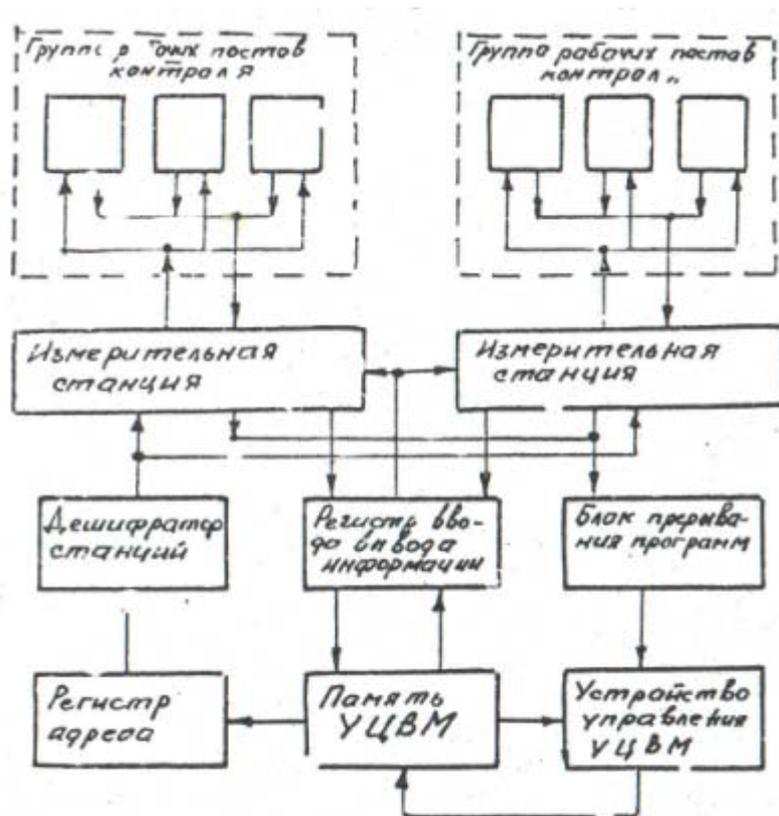


Рис. 7

У ЦВМ "Электроника К-200" в речные разбраковки и классификации ЦИС передает тестовые комбинации из памяти ЭВМ через регистр обмена на блоки программных источников питания измерительной станции, принижет сигналы готовности рабочих постов, сигнал прерывания работы станции и сигнал "годен-негоден" по каждому тесту. Время прохождения одного теста складывается из времени, необходимого для коммутации рабочего поста, времени измерения и работы управляющей программы.

Рассмотрим процесс управления подключением постов контроля к измерительной станции системы. С учетом того, что измерительная станция в каждый момент времени может работать только с одним постом контроля, в данном случае имеет место одноканальная система массового обслуживания (рис. 8).

Входной поток определяется интенсивностью подключения рабочих постов к измерительной станции в единицу времени.



Рис. 8

С не некоторым приближением можно считать, что поток подключений рабочих постов к измерительной станции системы стационарен и характеризуется некоторой средней величиной $\lambda(t) = \lambda = \text{const}$.

Поток измерений статических параметров ЦИС, выполняемых измерительной станцией, характеризуется некоторой средней величиной интенсивности выполнения измерений $\mu(t) = \mu = \text{const}$

Если обозначить среднее время t_0 работы измерительной станции с постом контроля, то $\mu = \frac{1}{t_0}$. Отношение входного потока подключения рабочих постов к потоку измерений статистических параметров ЦИС называется коэффициентом загрузки системы ρ

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \quad (25)$$

Система будет устойчивой, если этот коэффициент $\rho < 1$. В противном случае, если $\rho \geq 1$, система неустойчива.

I. Составление размеченного графа состояния системы. Составим перечень состояний системы для одноканальной системы массового обслуживания. Обозначим через $E_0(t)$ состояние, когда измерительная станция свободна, т.е. готовых к работам рабочих постов контроля нет, $\tau = 0$, τ - очередь, число готовых к работе постов контроля. Тогда:

$E_1(t)$ - измерительная станция работает с одним постом контроля, других готовых к работе постов контроля нет, $\tau = 0$.

$E_2(t)$ - станция работает с одним постом контроля, второй пост контроля ожидает подключения к станция, $\tau = 1$.

$E_3(t)$ - станция работает с одним постом контроля, два других поста контроля ожидают обслуживания, $\tau = 2$.

• • •

$E_k(t)$ - станция работает с одним гостом контроля, $(k-1)$ постов контроля ожидают обслуживания, $\xi = k-1$.

Необходимое условие правомочности применения методов теории массового обслуживания - наличие бесконечного числа состояний (рис. 9).

Рассматривая процесс переходов из одного состояния в другое, легко заметить, что переход на $E_k(t) \rightarrow E_{k+1}(t)$ осуществляется под

действием λ и наоборот, переход на $E_k(t) \rightarrow E_{k-1}(t)$ - под действием μ .

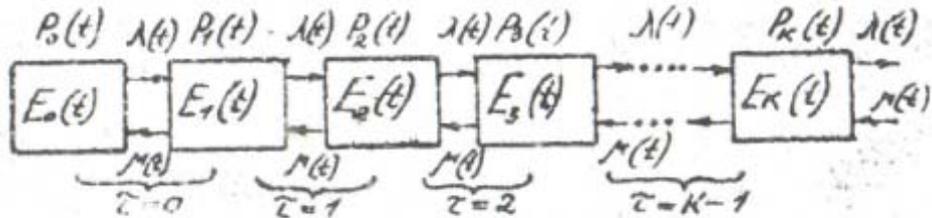


Рис. 9

Кроме того, необходимое условие существования системы - отсутствие перескакиваний через состояние, т.е. прямой и обратный переход осуществляется последовательно.

Каждое из состояний характеризуется некоторой вероятностью своего появления, так $P_k(t)$ - финальная вероятность состояния, которая определяется как отношение количества появлений состояний с очередью определенной длины к общему числу состояний. Очевидно, что сумма финальных вероятностей равняется 1, т.е.

$$\sum_{k=0}^{K=0\infty} P_k(t) = I.$$

Это нормировочное уравнение и служит для проверки получаемых в дальнейшем характеристик системы.

2. Составление дифференциальных уравнений.

Составим систему дифференциальных уравнений относительно финальных вероятностей, каждого из состояний:

$$\begin{aligned} E_0(t) \frac{dP_0(t)}{dt} &= -\lambda(t) \cdot P_0(t) + (\mu(t) P_1(t)); \\ E_1(t) \frac{dP_1(t)}{dt} &= -[\lambda(t) + (\mu(t))] P_1(t) + \lambda(t) P_0 + (\mu(t) P_2(t)); \\ E_2(t) \frac{dP_2(t)}{dt} &= -[\lambda(t) + (\mu(t))] P_2(t) + \lambda(t) P_1(t) + (\mu(t) P_3(t)); \\ E_3(t) \frac{dP_3(t)}{dt} &= -[\lambda(t) + (\mu(t))] P_3(t) + \lambda(t) P_2(t) + (\mu(t) P_4(t)); \\ &\dots \\ E_k(t) \frac{dP_k(t)}{dt} &= -[\lambda(t) + (\mu(t))] P_k(t) + \lambda(t) P_{k-1}(t) + (\mu(t) P_{k+1}(t)). \end{aligned} \quad (26)$$

3. Составление алгебраических уравнений.

Наличие системы дифференциальных уравнений (26) позволяет получить относительно финальных вероятностей алгебраические уравнения.

Если правые части каждого из уравнений системы (26) приравнять к нулю, т.е. равняется нулю первая производная, и перейти от текущих значений параметров к их постоянным сродним значениям, то получим систему алгебраических уравнений

$$\begin{cases} -\lambda P_0 + \mu P_1 = 0; \\ -(\lambda + \mu)P_1 + \lambda P_0 + \mu P_2 = 0; \\ -(\lambda + \mu)P_2 + \lambda P_1 + \mu P_3 = 0; \\ -(\lambda + \mu)P_3 + \lambda P_2 + \mu P_4 = 0; \\ \dots \\ -(\lambda + \mu)P_k + \lambda P_{k-1} + \mu P_{k+1} = 0. \end{cases} \quad (26a)$$

Система (26a) позволяет перейти к расчету финальных вероятностей.

4. Расчет финальных вероятностей.

Решаем каждое из уравнений системы (26a) относительно финальных вероятностей P_k . Получим

$$\begin{cases} P_1 = \frac{\lambda}{\mu} P_0 = \rho P_0; \\ P_2 = \frac{\lambda^2}{\mu^2} P_0 = \rho^2 P_0; \\ P_3 = \frac{\lambda^3}{\mu^3} P_0 = \rho^3 P_0; \\ P_k = \frac{\lambda^k}{\mu^k} P_0 = \rho^k P_0. \end{cases} \quad (27)$$

Это система дает возможность рассчитать любое P_k , кроме P_0 . P_0 можно получить из нормировочного уравнения

$\sum_{k=0}^{\infty} P_k = 1$
 тогда $\sum_{k=0}^{\infty} \rho^k P_0 = 1$ и $P_0 = 1 / \sum_{k=0}^{\infty} \rho^k$. Сумма ряда $\sum_{k=0}^{\infty} \rho^k = 1 / (1 - \rho)$. Тогда $P_0 = 1 - \rho$. Учитывая это, систему (27) запишем в виде

$$\begin{cases} P_0 = 1 - \rho; \\ P_1 = \rho(1 - \rho); \\ P_2 = \rho^2(1 - \rho); \\ P_3 = \rho^3(1 - \rho); \\ P_4 = \rho^4(1 - \rho); \\ \dots \\ P_k = \rho^k(1 - \rho). \end{cases} \quad (28)$$

Система (28) позволяет получить финальные вероятности любого из состояний. Наличие финальных вероятностей дает возможность определить все остальные необходимые параметры системы управления.

5. Определение среднего числа рабочих постов контроля в очереди на подключение к измерительной станции.

Срочное число рабочих постов контроля в очереди на подключение к измерительной станции определяется как математическое ожидание очередей различной длины, умноженное на соответствующие финальные вероятности.

На будем рассматривать состояние E_1 и E_0 , так как для него $\tau=0$. Для других состояний справедливо

$$\begin{aligned} E_2 &\rightarrow \tau=1 \rightarrow 1 \cdot P_2; \\ E_3 &\rightarrow \tau=2 \rightarrow 2 \cdot P_3; \\ &\dots \\ E_k &\rightarrow \tau=k-1 \rightarrow (k-1)P_k \end{aligned}$$

Математическое ожидание

$$\begin{aligned} R &= 1 \cdot P_2 + 2 \cdot P_3 + 3 \cdot P_4 + \dots + (k-1)P_k + \dots \\ \text{или } R &= \rho^2 (1-\rho) [1 + 2\rho + \dots + (k-1)\rho^{k-2} + \dots] \\ \text{Тогда } R &= \rho^2 (1-\rho) \sum_{k=2}^{\infty} (k-1)\rho^{k-2} \\ \text{Так как } \sum_{k=2}^{\infty} (k-1)\rho^{k-2} &= 1 / (1-\rho)^2 \\ \text{то } R &= \rho^2 (1-\rho) \cdot \frac{1}{(1-\rho)^2} = \frac{\rho^2}{(1-\rho)} \end{aligned}$$

Итак, средняя длина очереди рабочих постов контроля для подключения к измерительной станции

$$R = \frac{\rho^2}{1-\rho} \quad (29)$$

6. Определение среднего времени простоя каждого рабочего поста.

Это время можно определить как математическое ожидание простоя каждого рабочего поста в очередях различной длины на соответствующую финальную вероятность его состояния.

Состояние E_0 не рассматриваем, так как $\tau=0$. E_1 соответствует случаю, когда измерительная станция работает только с одним рабочим постом контроля, а другие посты не готовы к работе. В этом случае время его подключения к измерительной станции будет определяться временем работы станции с постом контроля τ_0 :

$$\tau_0 P_1 = \frac{1}{\mu} P_1;$$

$E_2 \rightarrow \tau = 1$. Второй рабочий пост контроля будет ожидать конца работы измерительной станции с первым постом, плюс собственное время работы поста контроля с измерительной станцией

$$2\tau_0 \cdot P_2 = \frac{2}{\mu} P_2$$

Аналогично для других состояний

$$E_3 \rightarrow \tau = 2 \rightarrow 3\tau_0 \cdot P_3 = \frac{3}{\mu} P_3;$$

...

$$E_k \rightarrow \tau = k-1 \rightarrow k\tau_0 \cdot P_k = \frac{k}{\mu} P_k$$

Тогда среднее время простоя каждого рабочего поста $T_{пр}$ определяются

$$T_{пр} = \frac{1}{\mu} P_1 + \frac{2}{\mu} P_2 + \frac{3}{\mu} P_3 + \dots + \frac{k}{\mu} P_k + \dots ;$$

ИЛИ

$$T_{пр} = \frac{1}{\mu} [\rho(1-\rho) + 2\rho^2(1-\rho) + 3\rho^3(1-\rho) + \dots + k\rho^k(1-\rho) \dots];$$

$$T_{пр} = \frac{1}{\mu} \rho(1-\rho)(1 + 2\rho + 3\rho^2 + \dots + k\rho^{k-1});$$

$$T_{пр} = \frac{\rho(1-\rho)}{\mu} \sum_{k=1}^{\infty} k \rho^{k-1},$$

ТАК КЭК

$$\sum_{k=1}^{\infty} k \rho^{k-1} = \frac{1}{(1-\rho)^2},$$

ТО

$$T_{пр} = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)}.$$

Пример. Пусть интенсивность готовых к подключению к измерительной станции рабочих постов контроля составляет $\lambda = 0,66$ подкл/с. средняя продолжительность работы измерительной станции с постом контроля $\tau_0 = 1,3$ с. Необходимо определить R и $T_{пр}$.

1. Определим величину μ интенсивности выполнения измерений $\mu = \frac{\lambda}{\tau_0} = \frac{0,66}{1,3} = 0,77$ тогда коэффициент загрузки системы $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{0,66}{0,77} = 0,86$ так как $\rho < 1$; следовательно, данная о системе устойчива и можно применить теорию массового обслуживания.

2. Определим среднюю длину очереди рабочих постов контроля для подключения к измерительной станция

$$R = \frac{\rho^2}{1-\rho} = \frac{0,86^2}{1-0,86} \approx 5,3 \text{ постов контроля.}$$

3. Определим финальные вероятности (до значения $P_k = P_A$)

$P_0 = 1 - \rho = 1 - 0,86 = 0,14$ - с такой вероятностью измерительная станция будет свободна, т.е. готовых к работе рабочих постов контроля нет.

$P_1 = \rho(1 - \rho) = 0,86 \cdot 0,14 = 0,12$ - с такой вероятностью готовый к работе пост контроля не будет подключен к измерительной станции ($\tau=0$)

$$\begin{aligned}
 P_2 &= \rho^2(1 - \rho) = 0,86^2 \cdot 0,14 = 0,10 & (\tau = 1); \\
 P_3 &= \rho^3(1 - \rho) = 0,86^3 \cdot 0,14 = 0,086 & (\tau = 2); \\
 P_4 &= \rho^4(1 - \rho) = 0,86^4 \cdot 0,14 = 0,074 & (\tau = 3); \\
 P_5 &= \rho^5(1 - \rho) = 0,86^5 \cdot 0,14 = 0,0636 & (\tau = 4); \\
 P_6 &= \rho^6(1 - \rho) = 0,86^6 \cdot 0,14 = 0,0547 & (\tau = 5); \\
 P_7 &= \rho^7(1 - \rho) = 0,86^7 \cdot 0,14 = 0,047 & (\tau = 6).
 \end{aligned}$$

4. Определим величину невязки α вследствие того, что число возможных состояний не равно ∞ , а ограничено семью состояниями. Если $\sum_{\tau=0}^{\infty} P_{\tau} = 0,69$, тогда величина невязки α

5. Определим время простоя поста контроля $T_{пр}$

$$T_{пр} = \frac{\rho}{\mu(1 - \rho)} = \frac{0,86}{0,77(1 - 0,86)} \approx 1,98 \text{ с.}$$

3.3. Решение задач управления методами динамического программирования

Динамическое программирование можно определить как метод оптимизации многошаговых процессов принятия решения. В его основе - два принципа: принцип оптимальности и принцип вложения.

Принцип оптимальности заключается в том, что решение на каждом последующем шаге принимается с учетом результата, допустимого на каждом из предыдущих, в соответствии с принятым критерием эффективности действия.

Принцип вложения заключается в том, что характер задачи не меняется при изменении количества шагов процесса динамического программирования до достижения оптимального режима.

Рассмотрим методику и особенности решения одной из схем динамического программирования, которая применяется наиболее часто.

Пусть дано n неотрицательных функций вида

$$f_1(x_1), f_2(x_2), \dots, f_n(x_n),$$

Здесь x_i - дискретное значение аргументов этих функций. На

эти функции наложены ограничения вида

$$\sum_{i=1}^n a_i x_i \leq b_n, \quad (30)$$

где a_i - весовые коэффициенты аргументов соответствующих функция; $a_i > 0$; b_n - ограничительное условие.

Для любого набора x_1, x_2, \dots, x_n существует некоторый аддитивный критерии в виде

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n f_i(x_i) \quad (31)$$

Ограничения наложены на аргументы x_n такие, что существует верхняя и нижняя границы множества аддитивных критериев вида (31). Другими словами

$$J_{1,2,\dots,n}(b_n) = \text{ext } F(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

т.е. определенный набор x_1, x_2, \dots, x_n для соответствующих функций $f_1(x_1), \dots, f_n(x_n)$, удовлетворив ограничения (30), позволяет получить экстремальное значение (31).

Вследствие аддитивности критериев вида (31) они могут быть представлены в следующем виде:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_n(x_n) + \sum_{i=1}^{i=n-1} f_i(x_i), \quad (32)$$

да я которых справедливо ограничение

$$\sum_{i=1}^{i=n-1} a_i x_i \leq b_n - a_n x_n. \quad (33)$$

Тогда, исходя из (30) и с учетом соблюдения условий неотрицательности и целочисленности переменных, введем обозначение

$$J_{1,2,\dots,n-1}(b_{n-1}) = \sum_{i=1}^{i=n-1} f_i(x_i), \quad (34)$$

где $b_{n-1} = b_n - a_n x_n$.

В этом случае соотношение (32) примет вид

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_n(x_n) + \Phi_{1,2,\dots,n-1}$$

и соответствующее экстремальное значение

$$J_{1,2,\dots,n}(b_n) = \text{ext } [f_n(x_n) + J_{1,2,\dots,n-1}(b_{n-1})].$$

Далее выделяя x_{n-1} и рассуждая аналогичным образом, можно заключить, что

$$J_{1,2,\dots,n}(b_{n-1}) = \text{ext } [f_{n-1}(x_{n-1}) + J_{1,2,\dots,n-2}(b_{n-2})]$$

Таким образом, можно получить следующую систему рекуррентных соотношений для решения задачи динамического программирования:

$$\begin{cases} J_{1,2}(b_n) = \text{ext} \{ f_2(x_2) + f_1(b_n - a_2 x_2) \}; \\ J_{1,2,3}(b_n) = \text{ext} \{ f_3(x_3) + J_{1,2}(b_n - a_3 x_3) \}; \\ \dots \\ J_{1,2,\dots,n}(b_n) = \text{ext} \{ f_n(x_n) + J_{1,2,\dots,n-1}(b_n - a_n x_n) \}. \end{cases} \quad (35)$$

Рассмотрим применение метода динамического программирования при решении задачи оптимизации точности обработки процесса двусторонней механической абразивной доводки плоских деталей, которую можно сформулировать следующим образом: определить оптимальное сочетание во времени режимов обработки, обеспечивающее экстремальное значение критерия

$$J = \sum_{i=1}^N \left[\xi_1 \frac{[\bar{\Delta}_g]_a^p + k_1 \sqrt{D[\Delta_g]_a^q}}{\|\Delta_g\|} + \xi_2 \frac{[\bar{\Delta}_g]_n^p + n_2 \sqrt{D[\Delta_g]_n^q}}{\|\Delta_g\|} + \xi_3 \frac{\bar{\Delta}_n + k_3 \sqrt{D\Delta^q}}{\|\Delta_n\|} \right], \quad (3')$$

где J - критерий динамической точности процесса двусторонней механической абразивной доводки, минимизация которого - цель

оптимизации. Она заключается в выборе последовательности режимов обработки, исходя из текущей формы и размеров обрабатываемых деталей и непрямолинейности радиальных профилей рабочей поверхности притиров доводочного станка (рис. 10), для чтобы обеспечить минимальную неплоскостность и разнотолщинность в партии одновременно обрабатываемых деталей

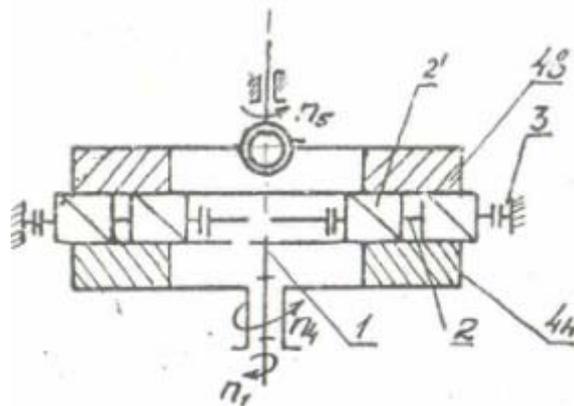


Рис. 10

Под режимом обработки следует понимать совокупность кинематических режимов (угловых скоростей звеньев исполнительного механизма доводочного станка) и рабочее давление, при котором происходит обработке.

$\beta = \frac{t_n - t}{\Delta t}$ - номер интервала времени процесса обработки, на котором осуществляется оптимизация.

$[\Delta g]_g, D[\Delta g]_g, [\Delta g]_n, D[\Delta g]_n, \Delta H, D\Delta H$ - соответственно математические

ожидания и дисперсии неплоскостности доведенных верхним и нижним притиром поверхности деталей и разнотолщинности в партии одновременно обрабатываемых деталей, в некоторый момент времени t .

Поскольку допуски на неплоскостность $||\Delta g||$ и разнотолщинность $||\Delta H||$ деталей являются различными, то для выбора чувствительности критерия оптимизации к рассматриваемым оценкам точности обработки партии деталей вводятся ограничения

ξ_1, ξ_2 , где $0 < \xi < 1$; k_1, k_2, k_3 . Эти коэффициенты K выбирают равными, например 1, 2, 3, исходя из допускаемого интервала и закона рассеяния рассматриваемой оценки погрешности формы обработанной поверхности или разнотолщинности в партии одновременно обрабатываемых деталей, Δt - интервал или шаг оптимизации процесса формообразования при двусторонней доводке.

В дискретной форме модель процесса двусторонней механической абразивной доводки имеет вид [3].

Уравнение съема припуска

$$\frac{h_n^{A+1} - h_n^A}{\Delta t} = K^A \quad (37)$$

Процесс абразивного формообразования при двусторонней доводке описывают следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \bar{\Delta}_g(t_k) &= a_0 \bar{\Delta}_n(t_{k-1}) + b_0 \bar{\Delta}_g(t_{k-1}); \\ D \Delta_g(t_k) &= c_0 D \Delta_n(t_{k-1}) + d_0 D \Delta_g(t_{k-1}); \\ \bar{\Delta}_n(t_k) &= p_0 \bar{\Delta}_g(t_{k-1}) + z_0 \bar{\Delta}_n(t_{k-1}); \\ D \Delta_n(t_k) &= s_0 D \Delta_g(t_{k-1}) + q_0 D \Delta_n(t_{k-1}); \\ \bar{\Delta}_H(t_k) &= \gamma_0 \bar{\Delta}_h(t_{k-1}) + \theta_0 \Delta H(t_{k-1}); \\ D \Delta H(t_k) &= \varepsilon_0 D \Delta_h(t_{k-1}) + \zeta_0 D \Delta H(t_{k-1}); \\ \bar{\Delta}_h(t_k) &= u_0 \bar{\Delta}_H(t_{k-1}) + f_0 \bar{\Delta}_h(t_{k-1}); \\ D \Delta_h(t_k) &= \lambda_0 D \Delta H(t_{k-1}) + \mu_0 D \Delta_h(t_{k-1}), \end{aligned} \quad (38)$$

где K^β - интенсивность съема припуска для режима обработки на интервале времени β ; t_k - время моделирования; $t_k = t_0 - k\beta t$; δt - интервал (шаг) времени моделирования; k - номер интервала моделирования, t_0 - начальное время моделирования (оптимизации); t_β - время оптимизации;

$a_0, b_0, c_0, d_0, p_0, e_0, s_0, q_0, i_0, \theta_0, \epsilon_0, \lambda_0, u_0, \lambda_0, M_0$ коэффициенты, определяемые режимом доводки.

Метод динамического программирования для оптимизации дискретных целевых функций использует систему рекуррентных соотношений для осуществления пошаговой последовательной процедуры оптимизации. Значения оптимальных режимов обработки на каждом временном интервале выражаются с помощью рекуррентных соотношений вида

$$J_{opt}^{i \rightarrow N}(G) = \Delta J_{opt}^1(G^0) + \Delta J_{opt}^2(G^1) + \dots + \Delta J_{opt}^{\beta-1}(G^{\beta-2}) + J_{opt}^{\beta}(G^{\beta-1}), \quad (39)$$

где ΔJ_{opt} - приращение целевой функции; G^{β} - переменная управления (выбранный режим обработки) для интервала оптимизация β .

Рекуррентное соотношения (39) сводит оптимизацию динамической целевой функции на N шагах к пошаговой на первом шаге, затем на втором, третьем и т.д. На каждом шаге оптимальная целевая функция выражается только через переменные управления для этого интервала. Выбор оптимальных значений G^{β} для β шага проводится по следующей процедуре, если использовать движение в прямом направлении (прямое рекуррентное соотношение).

1. Начиная с первого шага, составить таблицу возможных значений h^{β} , G^{β} для состояния $h^{\beta-1}$. Набор G^{β} , h^{β} должен удовлетворять модели.

2. Записать оптимальные значения целевой функции $J_{opt}(G^{\beta})$, полученные перед этим шагом для всех значений $h^{\beta-1}$.

3. Записать приращение целевой функции $\Delta J_{opt}(G^{\beta})$, для всех возможных значений $h^{\beta-1}$ на этом шаге.

4. Прибавить приращение целевой функции ΔJ_{opt} к значению оптимальной целевой функции,

5. Выбрать оптимальное значение целевой функции для каждой возможное переменной управления.

6. Повторять шаги (1...5) до тех пор, пока не дойдет до конечной точки.

В качестве примера рассмотрим решение задачи оптимизации для случая обработки на станке модели ЗБ816И партии твердосплавных пластин размером 19*19 мм.

Исходные данные. Снимаемый припуск $h = 900$ мкм, $h_{нач} = 900$ мкм, $h_{кон} = 0$. Исходная неплоскостность и разнотолщинность в партии одновременно обрабатываемых пластин

$$[\bar{\Delta}_g]_в = [\Delta_g]_н = 60 \text{ мкм}; D[\Delta_g]_в = D[\Delta_g]_н = 100 \text{ мкм}^2;$$

$$\bar{\Delta}_n = 10 \text{ мкм}; D[\Delta_n]_н = 4 \text{ мкм}^2; \bar{\Delta}_n^в = 13 \text{ мкм}^2; D[\Delta_n]_в = 9 \text{ мкм}^2;$$

$$\bar{\Delta}H = 100 \text{ мкм}; D[\Delta H] = 900 \text{ мкм}^2; \|\Delta_g\| = 5 \text{ мкм}; \|\Delta H\| = 20 \text{ мкм}.$$

Скорость съема материала в зависимости от режимов обработки $K^в = 20 \dots 30$ мкм/мин.

Переменные управления $G^в$ (режим обработки, его номер) принимают значения от 1 до 54.

Среднее время обработки одной партии указанных твердосплавных пластин - 40 мин. Принимаем интервал оптимизации $\Delta t = 10$ мин, а интервал моделирования процесса формообразования $\delta t = 2$ мин, тогда $N = 4$.

Целевая функция, подлежащая минимизации, имеет вид

$$J = \sum_{\beta=1}^4 \left[\frac{[\bar{\Delta}_g]_в^{\beta} + 3\sqrt{D[\Delta_g]_в}}{\|\Delta_g\|} + \frac{[\bar{\Delta}_g]_н + 3\sqrt{D[\Delta_g]_н}}{\|\Delta_g\|} + \frac{\Delta H + 3\sqrt{D[\Delta H]}}{\|\Delta H\|} \right].$$

Для расчета используем прямое рекуррентное соотношение (39). 1 шаг: для $\beta = 1$ рекуррентное соотношение имеет вид

$$J_{min}^{0 \rightarrow 4}(h^1) = J_{min}^{1 \rightarrow 4}(h_1) + \Delta J^0(h^0, G^0) + J^0 = \frac{2(60 + 3\sqrt{100})}{5} + \frac{100 + 3\sqrt{900}}{20} = 45,5.$$

Результаты вычислений для этого шага сведены в табл. 2, причем для иллюстрации приведены пять режимов, один из которых является оптимальным, а четыре других - наиболее близки по критерию к оптимальному.

Таблица 2

$h^0, \text{мкм}$	G^1	$h^1, \text{мкм}$	J^0	ΔJ^0	$\Delta J_{min}^0 = (J^0 + \Delta J^0)$
900	(17)	660	45,5	30	75,5 при $h_1 = 660$
900	36	680	45,5	48	93,5
900	42	640	45,5	50	95,5
900	38	670	45,5	39	84,5
900	4	680	45,5	37	82,5

2 шаг: при $\beta = 2$ рекуррентное соотношение для оптимальной целевой функции имеет вид

$$J_{min}^{0 \rightarrow 4}(h^2) = J_{min}^{2 \rightarrow 4} + \Delta J^1(h^1, G^1) + \Delta J_{min}^0(h^0)$$

Значения G_2 и h_2 соответствующие им значения целевой функции $\Delta J'$ и J^0 сведены в табл. 3 аналогично первому шагу.

Таблица 3

h^1 , мкм	G^2	h^2 , мкм	$\Delta J'$	$\Delta J'_{min}$	$\Delta J'_{min} = (\Delta J' + \Delta J'_{min})$
660	19	430	32	75,5	107,5
660	22	400	31	75,5	106,5
660	14	440	22	75,5	97,5 при $h_2 = 40$
660	39	420	29	75,5	114,5
660	18	410	25	75,5	100,5

III шаг: при $\beta = 3$ прямое рекуррентное соотношение имеет

вид
$$J_{min}^{0-4} = J_{min}^{3-4}(h^3) + \Delta J^2(h^3, G^3) + \Delta J'_{min}(h_2).$$

Значения G^3 и h^3 и соответствующие им значения целевой функции сведены в табл. 4.

Таблица 4

h^2 , мкм	G^3	h^3	ΔJ^2	J'_{min}	$\Delta J^2_{min} = (\Delta J^2 + \Delta J'_{min})$
440	1	200	35	97,5	132,5
440	44	180	23	97,5	120,5

Продолжение таблицы 4

h^2 , мкм	G^3	h^3	ΔJ^2	J'_{min}	$\Delta J^2_{min} = (\Delta J^2 + \Delta J'_{min})$	$\Delta J^2_{min} = (\Delta J^2 + \Delta J'_{min})$
440	5	210	17	97,5	114,5	При $h^3 = 210$
440	21	200	29	97,5	126,5	
440	4	160	28	97,5	126,5	

IV шаг: рекуррентное соотношение имеет вид

$$J_{min}^{0-4} = J^4(G^4, h^4) + \Delta J^3(h^4, G^4) + \Delta J^2_{min}$$

Результаты вычислений сведены в табл. 5.

Таблица 5

h^3 , мкм	G^4	h^4	ΔJ^3	ΔJ^2_{min}	$(\Delta J^3_{min}) = \Delta J^2_{min}$
210	8	-10	4	114,5	118,5 при $h^4 = -10$
210	51	-30	7	114,5	221,5
210	3	-50	8	114,5	222,5

210	27	-20	12	114,5	226,5
210	33	-40	II	114,5	225,5

При вычислении на ЭВМ целевой функции для четвертого интервала оптимизации моделирование проводите для интервала времени .

$$\Delta t' = \frac{h^3}{q_{\omega}^4} = \frac{210}{22} = 9,55 \text{ мин.} = 9,55 \text{ мин.}$$

Из таблицы видно, что оптимум целевой функции

$$J_{\min} = \min(\Delta J^0 + \Delta J^1 + \Delta J^2 + \Delta J^3) = 118,5.$$

Оптимальной последовательностью режимов обработки во времени при обработке данной партии являются следующие режимы: I интервал - режим № 17; 2 интервал - режим № 14; 3 интервал - режим № 5; IV интервал - режим № 8.

Литература

1. Бигель. Управление производством. Количественный подход. - М.: Мир, 1973.

2. Мясников В.А., Вальков В.М., Омельченко И.С. Автоматизированный анализ и автоматические системы управления технологическими процессами. - М.: Машиностроение, 1978.

3. Орлов П.Н., Савелова А.А., Нестерова Ю. И., Полухин В.А. Доводка прецизионных деталей машин. - М.: Машиностроение, 1978.

4. Петренко А.И., Тетельбаум А.Я. Формальное конструирование электронно-вычислительной аппаратуры. - М.: Сов. радио, 1979.

5. Пинокер А.Г., Брыжина Э.Ф. Основы оптимального программирования. - Л.: изд. ЛГУ, 1974

6. Т. Саати. Целочисленные методы оптимизации и связанные с ними экстремальные проблемы. - М.: Мир, 1973

7. Чуев Ю.В., Спехов Г.Л. Технические задачи исследования операций. - М.: Сов. радио, 1972.

Оглавление

Введение	3
§ 1. Основные принципы построения АСУ ТП	3
§ 2. Классификация АСУ ТП	7
§ 3. Математические модели и методы оптимизации управления в АСУ ТП	9
3.1. Использование методов линейного программирования для решения задач управления	14
3.2. Применение теории массового обслуживания для решения задач управления	23
3.3. Решение задач управления методами динамического программирования	30
Литература	38