

Министерство высшего и среднего специального образования СССР  
—  
Московское ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции  
и ордена Трудового Красного Знамени  
высшее техническое училище им. Н. Э. Баумана

---

**МЕТОДЫ ЗАЩИТЫ ЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ  
ОТ МЕХАНИЧЕСКИХ И АКУСТИЧЕСКИХ  
ВОЗДЕЙСТВИЙ**

Учебное пособие по курсу  
«Теоретические основы конструирования и надежности  
ЭВА и РЭА»

Министерство высшего и среднего специального образования СССР  
Московское ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции  
и ордена Трудового Красного Знамени  
высшее техническое училище им. Н. Э. Баумана

---

Утверждено  
редсоветом МВТУ  
как учебное пособие

**МЕТОДЫ ЗАЩИТЫ ЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ  
ОТ МЕХАНИЧЕСКИХ И АКУСТИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ**  
Учебное пособие по курсу  
"Теоретические основы конструирования и надежности ЭВА и РЭА"

Под редакцией А. Н. Чеканова

Данное учебное пособие издается в соответствии с учебным планом. Рассмотрено и одобрено кафедрой П-8 7.11.86г., методической комиссией факультета П 19.11.86г. и учебно-методическим управлением 29.12.86г.

Авторы: А.Н.Чеканов, Е.М.Парфенов, В.П.Усачов, Е.В.Резчикова.  
Рецензенты: д.т.н. проф. МИРЭА Мировицкий Д.И.,  
доц. МВТУ Заседателей С.М.

© Московское высшее техническое училище им. Н.Э.Баумана

---

Редактор Г.Ф.Хлебинская	Корректор Л.И.Малютина	
Заказ 800	Объем 2,75 п.л.	Тираж 500 экз.
Л -50027 от 08.07.87 г.	Цена 10 коп.	План 1987г., № 39.

---

Типография МВТУ. 107005, Москва, Б-5, 2-я Бауманская, 5.

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время при проектировании электронной аппаратуры (ЭА) большое внимание уделяется случайным механическим воздействиям, «например в виде белого шума, а также акустическим воздействиям. В результате появились слоистые несущие конструкции: платы с прослойками, стенки приборов с вязкоупругими покрытиями и внешними демпфирующими слоями. Широко используются амортизаторы фрикционного трения и проволочные. Указанные выше и ряд других обстоятельств потребовали разработки специальных методов расчета новых конструктивных элементов и учета специфических видов внешних воздействий, что и нашло отражение в настоящем учебном пособии.

### 1. ОБЗОР ХАРАКТЕРИСТИК ВНЕШНИХ МЕХАНИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

#### 1.1. Механические силы, действующие на ЭА

В процессе эксплуатации и транспортирования ЭА подвергается воздействию механических сил, возникающих в результате линейных ускорений, вибраций, ударов и акустического шума. Обычно механические силы действуют на ЭА по всем трем координатным осям и в любой совместной комбинации.

Оценка механической нагруженности конструкции ЭА производится по возникающим ускорениям ( $a_{л}$ ,  $a_{в}$  и  $a_{уд}$ ) или перегрузкам ( $n_{л}$ ,  $n_{в}$  и  $n_{уд}$ ), т. е.

$$n_{л} = \frac{a_{л}}{g}, n_{в} = \frac{a_{в}}{g} \text{ и } n_{уд} = \frac{a_{уд}}{g}$$
, где  $a_{л}$ ,  $a_{в}$  и  $a_{уд}$  - ускорения соответственно при линейных вибрационных и ударных воздействиях;  $g$  - ускорение силы тяжести.

Действие акустического шума на ЭА оценивают звуковым давлением. Уровни механических воздействий для типовых носителей приведены в табл. 1.1.

Таблица 1.1

№ п/п	Категории ЭА	Вибрации		Удары		Линейные перегрузки	Акустический шум	
		Частота, Гц	Ускорение, $g$	Ускорение, $g$	Длительность, мс		Частота, кГц	Давление, дБ
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Наземная возимая	2...80	1...4	20...75	II	6	-	-
2	Наземная носимая	2...80	3...6	до 50	6	-	-	-

1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	Морская	5...55	до 1,5	7...12	II	до 6	-	-
4	Самолетная	3... 2000	2...10	5...10 (75)	II	6...9	130	до 150
5	Ракетная	10... 3000	2...40	до 50	II	до 40	130	до 150
6	Космическая	10... 3000	до 6 (обитае- мая) до 40 (необи- таемая)	до 50	II	20... 40	130	до 150

### 1.2 Вибрационные процессы

Простейшей формой вибрации является гармоническое колебание. В реальных условиях колебания имеют форму искаженной синусоиды, описываемой преобразованием Фурье с взаимосвязанными частотами:

$$x(t) = A_1 \sin \omega_1 t + A_2 \sin \omega_2 t + \dots$$

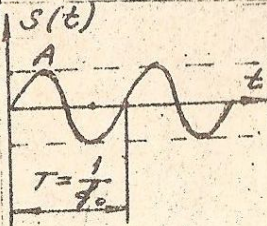
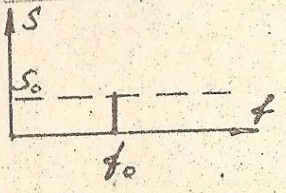
Здесь величины  $A_1$  и  $\omega_1$ ;  $A_2$  и  $\omega_2$  и т.д. называют амплитудами и частотами (первой, второй и т.д.) соответствующих гармонических составляющих. Коэффициент

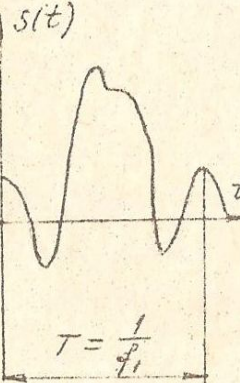
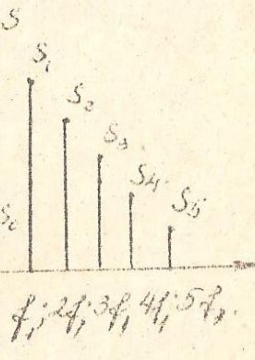
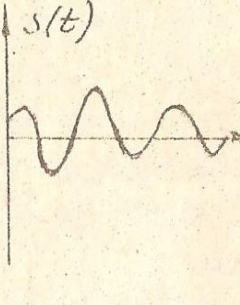

$$K_f = \frac{\sqrt{A_2^2 + A_3^2 + A_4^2 + \dots}}{A_1} = (A_2^2 + A_3^2 + A_4^2 + \dots)^{1/2} A_1^{-1}$$

называют коэффициентом искажений формы кривой. Гармонические составляющие определяют частотный спектр вибрации, который представляется графически набором дискретных линий (см. табл. 1.2).

Таблица 1.2

### Классификация вибрационных процессов

Вид процесса	Функция перемещения от времени	Форма процесса	Частотный спектр
1	2	3	4
Гармонический	$S(t) = S_0 \sin(\omega t + \varphi)$ $S(t) = S_0 \sin 2\pi f_0 t$		

1	2	3	4
<p>Полигар- мониче- ский</p>	$S(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos 2\pi n f_1 t + b_n \sin 2\pi n f_1 t)$ $a_n = \frac{2}{T} \int_0^T S(t) \cos 2\pi n f_1 t dt$ $b_n = \frac{2}{T} \int_0^T S(t) \sin 2\pi n f_1 t dt$ <p><math>n = 1, 2, 3, \dots</math></p>		
<p>Квази- периоди- ческий</p>	$S(t) = \sum_{n=1}^{\infty} S_n \sin(2\pi f_n t + \varphi)$		

### 1.3 Акустические воздействия

В результате воздействия акустического поля в элементах конструкций возбуждаются колебания. Особенности акустического воздействия на электронную аппаратуру лучше выявляются в сравнении с вибрационным:

Вибрация	Акустика
<p>Внешняя энергия колебаний передается конструкции через связи (опоры)</p>	<p>Внешняя энергия колебаний передается конструкции через различно ориентированные поверхности и воздушную среду</p>
<p>Элементы конструкции при вибрации имеют высокую добротность</p>	<p>Элементы конструкции поглощают звуковую энергию и характеризуются низкой</p>
<p>Несущие конструкции различных уровней РЭА возбуждаются последовательно друг за другом</p>	<p>Несущие конструкции различных уровней РЭА возбуждаются одновременно</p>

Частоты совпадения не возбуждаются	Плоские элементы конструкций могут резонировать на частотах совпадения
Степень связи отдельных элементов конструкции не зависит от колебательной скорости	Степень связи с акустическим полем зависит от скорости колебаний конструкции

Общим для акустического и вибрационного воздействия является то, что резонансы элементов конструкций возникают на одних и тех же частотах, однако амплитуды пиков различны для одинаковых частот.

Для амортизированных блоков электронной аппаратуры максимальный отклик при действии вибрации лежит в области низких частот; в большинстве случаев это частота резонанса системы амортизации. При акустических воздействиях максимальный отклик лежит в области высоких частот, так как конструктивные резонансы малогабаритной аппаратуры располагаются преимущественно в области 1000 Гц и выше.

Акустические шумы возбуждают конструкцию, проходя одновременно как через амортизаторы, так и через кожух, поэтому аппаратура, защищенная от вибраций, может оказаться неработоспособной при акустическом воздействии.

Характеристики акустического поля. Звуковой волной называют процесс распространения переменного возмущения в упругой среде, а звуковыми колебаниями - колебательные движения частиц среды под действием этого возмущения. Пространство, в котором происходит распространение волн, называется звуковым полем. При конструировании ЭА используются следующие характеристики звукового поля:

- звуковое давление  $P$ , Н/м<sup>2</sup>;
- частота колебаний  $f$ , Гц;
- смещение  $x$ , м;
- скорость колебаний  $v$ , м/с;
- удельное акустическое сопротивление  $\rho c$ , кг/м<sup>2</sup> с;

и энергетические характеристики:

- интенсивность звука  $I$ , Вт/м<sup>2</sup>;
- плотность энергии звука  $\epsilon$ , Дж/м<sup>3</sup>.

Принимается, что при достаточном удалении от точечного

источника, с увеличением радиуса, фронт любой волны становится плоским. Энергия в плоской волне не расходится в стороны, интенсивность звука практически не зависит от расстояния, пройденного волной, если пренебречь потерями на вязкость среда, молекулярное рассеяние, турбулентное затухание и дифракцию волн. Амплитуды звукового давления и скорости колебаний в этом случае также не зависят от расстояния, пройденного волной.

Удельное акустическое сопротивление для плоской волны чисто активное:

$$\frac{P}{v} = \rho c \quad (1.1)$$

Акустическая мощность  $P$  плоской звуковой волны определяется интенсивностью звука  $I$  и площадью  $S$ , через которую проходит звуковая энергия:

$$P = \int_S I ds \quad (1.2)$$

На достаточно большом расстоянии от источника это выражение справедливо и для других видов волн (сферических и цилиндрических).

Скорость распространения звуковых волн  $C$  определяется отношением модуля упругости среды к ее плотности (для небольших амплитуд звукового давления), т.е.

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (1.3)$$

Уровень шума, возникающий от нескольких некогерентных источников, работающих одновременно, подсчитывается на основе принципа энергетического суммирования излучений отдельных источников:

$$L = L_i + 10 \lg n \quad (1.4)$$

где  $L_i$  - уровень звукового давления  $i$ -го источника шума;  $n$  - количество источников шума.

Звуковые колебания, как и всякое волновое движение, подчиняются законам интерференции и дифракции. Звуковые волны огибают конструкции, линейные размеры которых меньше длины волны. Благодаря дифракции звуковые волны легко проникают в малые, по сравнению с длиной волны, отверстия, что осложняет создание эффективной защиты.

К простейшим акустическим сигналам относится гармонический (синусоидальный, амплитудно-модулированный, частотно-модулированный). Реальные акустические воздействия представляют собой сочетание различных по характеру и уровню сигналов. На практике часто встречается также акустическое воздействие в виде



стационарного случайного сигнала. Такой сигнал подчиняется нормальному закону распределения с плотностью вероятности

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} \quad (1.5)$$

где  $m$  - математическое ожидание;  $\sigma = \sqrt{D}$  - среднее квадратическое отклонение сигнала;

$$D = S(\omega) \Delta\omega.$$

Здесь  $D$  - дисперсия;  $S(\omega)$  - спектральная плотность случайного сигнала, которая обычно имеет размерность  $g^2/\text{Гц}$  для вибрации.

Спектр белого шума является сплошным, включающим все частоты заданного диапазона. Практически чаще встречаются сигналы с ограниченными частотными спектрами.

Звуковое поле, создаваемое источником в свободном пространстве, носит название свободного звукового поля, а волны, распространяющиеся в пространстве, называются бегущими. Свободное звуковое поле существует в заглушенных камерах, в помещениях с большим поглощением или в открытом пространстве, где нет отражающих поверхностей.

В закрытом помещении в результате многократного отражения от границ образуется диффузное звуковое поле, которое характеризуется равной плотностью энергии в различных точках пространства (однородность), равновероятностью направления звуковых лучей, попадающих в точку приема (изотропия) и произвольным значением фаз этих лучей (некогерентность).

## 2. ОЦЕНКА ОТКЛИКА НЕСУЩИХ КОНСТРУКЦИЙ НА ВИБРАЦИОННЫЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ

### 2.1. Расчет на установившиеся вибрационные воздействия

Периодическая вибрация характеризуется спектром, т.е. суммой

гармонических составляющих,  $\sum_{i=1}^N a_{oi} \sin(2\pi f_i t + \chi_i)$  где  $f_i$ ,  $\chi_i$  и  $a_{oi}$  - частота, начальная фаза и амплитуда виброускорения  $i$ -й гармоники. Коэффициенты виброперегрузки  $n_{vi}$ , амплитуды виброускорения  $a_{oi}$  и виброперемещения  $\zeta_{oi}$  связаны между собой соотношениями

$$n_{vi} = \frac{a_{oi}}{g} = \frac{4\pi^2 f_i^2 \zeta_{oi}}{g}$$

#### 2.1.1 Определение частот собственных колебаний типовых несущих элементов

Частота собственных колебаний равномерно нагруженной пласти-

ны прямоугольной формы определяется по формуле [10]

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{K_\alpha}{a^2} \sqrt{\frac{Dab}{M}}$$

где  $a$  и  $b$  - длина и ширина пластины;  $D = Eh^3/12(1-\nu^2)$  - цилиндрическая жесткость ( $E$  - модуль упругости;  $h$  - толщина пластины;  $\nu$  - коэффициент Пуассона);  $M$  - масса пластины с элементами;  $K_\alpha$  - коэффициент, зависящий от способа закрепления краев пластины и определяемый по общей формуле

$$K_\alpha = K \left( \alpha + \beta \frac{a^2}{b^2} + \gamma \frac{a^4}{b^4} \right)^{1/2}$$

Значения коэффициентов  $K, \alpha, \beta, \gamma$  приведены в табл.2.1.

Таблица 1.2

№ п/п	Эскиз закрепления	Коэффициенты				№ п/п	Эскиз закрепления	Коэффициенты			
		$K$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$			$K$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
1		9,87	1	2	1	13		22,37	1	0	0
2		9,87	1	2,33	2,44	14		22,37	0	0	1
3		15,42	1	0,95	0,41	15		3,52	1	0	0
4		9,87	1	2,57	5,14	16		3,52	0	0	1
5		22,37	1	0,48	0,19	17		15,42	1	0	0
6		9,87	0	0	1	18		22,37	0	0,1	1
7		9,87	1	0	0	19		22,37	1	0,1	0
8		3,52	1	5,97	40,5	20		9,87	1,26	0,6	1
9		22,37	1	0,14	0,02	21		9,87	1	0,6	1,26
10		22,37	1	0,57	0,47	22		9,87	0	0,43	1
11		15,42	1	1,19	2,1	23		9,87	1	0,43	0
12		22,37	1	0,61	1	24		15,42	0	0	0

- заземленный край;    - опертый край;
   
 - свободный край

Способ закрепления идеализируется по сравнению с реальным в конструкции ЭА и определяется из следующих соображений:

- 1) вдоль опертого края прогиб и изгибающий момент равны нулю;
- 2) вдоль заземленного края прогиб и угол поворота сечения равны нулю;
- 3) вдоль свободного края изгибающий момент и перерезывающая сила равны нулю.

Для пластины, закрепленной в четырех точках, низшая частота собственных колебаний [10]

$$f_0 = \frac{\sqrt{J}}{2a^2} \left(1 + \frac{a^2}{b^2}\right) \sqrt{\frac{Dab}{M}}$$

Частота собственных колебаний равномерно нагруженной пластины кольцевой формы (рис.2.1) может быть найдена из уравнения собственных упругих колебаний

$$D \nabla^2 \nabla^2 u + \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

где  $D$  - цилиндрическая жесткость;  $\rho$  - плотность;  $h$  - толщина пластины.



Рис.2.1. Пластина кольцевой формы

Следует определить перемещение в каждой точке пластины  $u(r, \varphi, t)$ . Примем, как обычно,  $u(r, \varphi, t) = u(r, \varphi) \sin(\omega_0 t - \chi)$ . Тогда уравнение колебаний будет таким:

$$\nabla^2 \nabla^2 u - \frac{\rho h}{D} \omega_0^2 u = 0$$

В цилиндрических координатах

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} \right) - \frac{\rho h}{D} \omega_0^2 u = 0 \quad (2.1)$$

Введем новую систему ортогональных координат:

$$\left. \begin{array}{l} x = R_1 r \\ y = \varphi \end{array} \right\} \text{ или } \left. \begin{array}{l} r = e^x \\ \varphi = y \end{array} \right\} \text{ при } R_1 \neq 0.$$

Теперь имеем

$$\frac{\partial}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x}; \quad \frac{\partial}{\partial \varphi} = \frac{\partial}{\partial y};$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{1}{r^2}; \quad \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} = \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

Уравнение (2.1) преобразуем к виду:

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} - 2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} - \frac{\rho h \omega_0^2}{D} e^{4x} u = 0. \quad (2.2)$$

Выделяем собственные числа,  $\lambda_x, \lambda_y$ , удовлетворяющие уравнению  $L u = \lambda u$ , где  $L$  - оператор дифференцирования.

Очевидно, что в уравнении (2.2) это можно сделать только для функции  $Y(y)$  в разложении  $u(x, y) = X(x) \cdot Y(y)$ . С учетом этого уравнение (2.2) для случая, когда края пластины опертые или защемленные, таково:

$$\frac{d^4 X}{dx^4} - 2 \frac{J^2}{\theta^2} \frac{d^2 X}{dx^2} + X \left( \frac{J^4}{\theta^4} - \frac{\rho h \omega_0^2}{D} e^{4x} \right) = 0 \quad (2.3)$$

Это неоднородное линейное дифференциальное уравнение 4-го порядка, которое не имеет точного решения в аналитической форме.

Ищем решение уравнения (2.3) в первом приближении. Для этого заменим выражение  $\left(\frac{\mathcal{J}^4}{\theta^4} - \frac{\rho h \omega_0^2}{D} e^{4x}\right)$  на постоянный коэффициент  $\beta$ , равный среднему значению на отрезке  $x \in [\ln R_1, \ln R_2]$ :

$$\beta = \frac{\mathcal{J}^4}{\theta^4} - \frac{\rho h \omega_0^2}{2D} (R_2^4 + R_1^4)$$

Разрешая однородное уравнение с постоянными коэффициентами относительно собственных значений  $K_i$ , получим систему алгебраических уравнений для условия защемления всех краев пластины

$$\begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = 0, \\ A_1 K_1^2 + A_2 K_2^2 + A_3 K_3^2 + A_4 K_4^2 = 0, \\ A_1 e^{K_1 H} + A_2 e^{K_2 H} + A_3 e^{K_3 H} + A_4 e^{K_4 H} = 0, \\ A_1 K_1^2 e^{K_1 H} + A_2 K_2^2 e^{K_2 H} + A_3 K_3^2 e^{K_3 H} + A_4 K_4^2 e^{K_4 H} = 0, \end{cases} \quad (2.4)$$

где  $A_i$  - постоянные множители частных решений вида

$$x_i = A_i e^{K_i x}$$

здесь  $K_i$  - собственные значения.

Приравняв нулю определитель системы (2.4), найдем низшую частоту собственных колебаний

$$f_0 = \frac{\sqrt{2}}{2\pi \sqrt{R_2^4 + R_1^4}} \left(\frac{\mathcal{J}}{\theta}\right)^2 \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \quad (2.5)$$

Пример. Кольцевой сектор имеет типовые размеры и свойства материала;  $\theta = 2\pi/6 = 120^\circ$ ;  $R_2 = 0,3$  м;  $R_1 = 0,1$  м;  $D = 10$  Н\*м;  $h = 1,5$  мм;  $\rho = 2 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>; низшая собственная частота, согласно (2.6),  $f_0 = 700$  Гц.

Частота собственных колебаний балочных конструкций

$$f_0 = \frac{\varphi}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{m'}} \quad (2.6)$$

где  $l$  — длина пролета валки;  $\varphi$  - коэффициент, зависящий от способа закрепления (табл.2.2);  $I$  - момент инерции;  $m'$  - приведенная погонная масса.

$$m' = m'_0 + \frac{1}{l} \sum_{i=1}^n K_i m_i \quad (2.7)$$

Здесь  $m'_0$  - равномерно распределенная погонная масса;  $m_i$  -  $i$ -я сосредоточенная масса;  $n$  - число сосредоточенных масс на балке;  $K_i$  - коэффициент приведения сосредоточенной массы к равномерно распределенной.

Значения коэффициента  $K_i$  в зависимости от относительной абсциссы сосредоточенной массы и вида закрепления приведены на рис.2.2.

Таблица 2.2

№ п/п	Эскиз закрепления	$\varphi$	№ п/п	Эскиз закрепления	$\varphi$
1		3,56	3		1,57
2		2,45	4		0,56

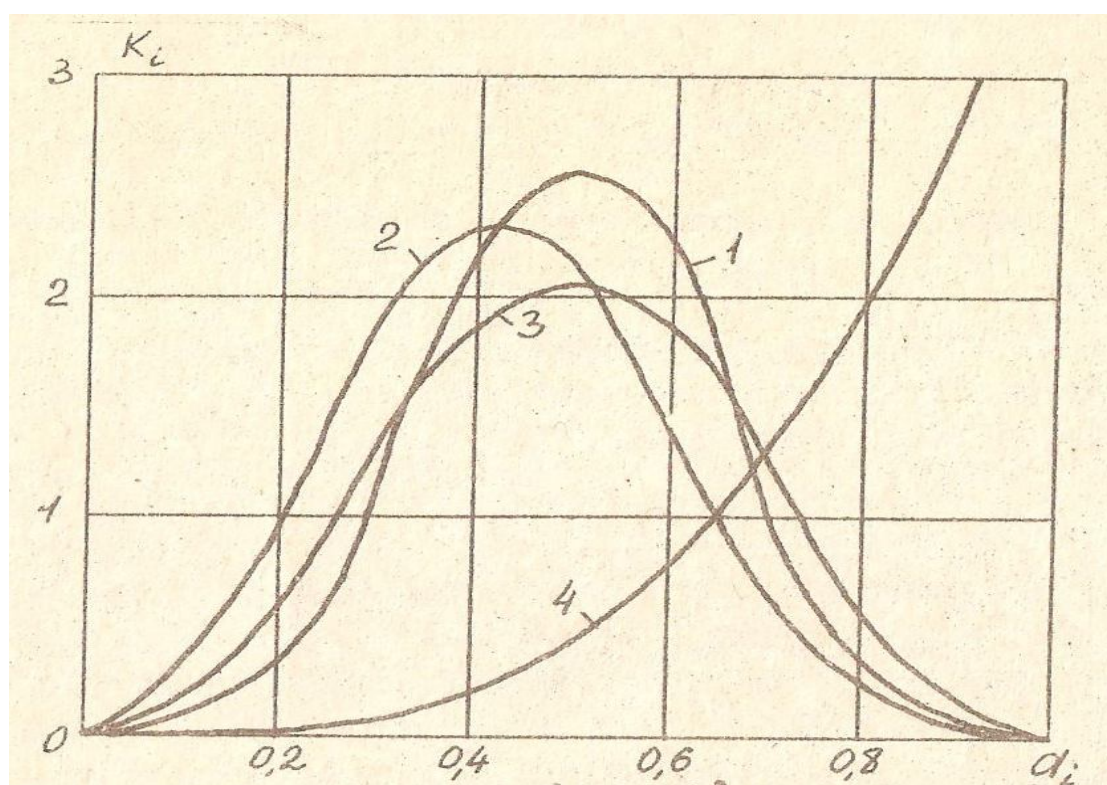


Рис 2.2 Зависимость  $K_i(a_i)$ : 1 – оба конца зашце́млены; 2 – левый конец зашце́млен, правый оперт; 3 – оба конца опорты; 4 – левый конец зашце́млен, правый свободен.

### 2.1.2. Определение коэффициента динамичности

Для механической системы с одной степенью свободы коэффициенты динамичности рассчитываются по следующим формулам:

- при силовом возбуждении

$$K_{дин} = \frac{S_b}{z_{ст}} = \frac{1}{\sqrt{(1-\rho^2)^2 + \varepsilon^2 \rho^2}}$$

(2.8)

- при кинематическом возбуждении

$$K_{дин} = \mu = \frac{S_0}{\xi_0} = \frac{\sqrt{1 + \varepsilon^2 \delta^2}}{\sqrt{(1 - \delta^2)^2 + \varepsilon^2 \delta^2}} \quad (2.9)$$

где  $S_0$  - амплитуды установленных вынужденных колебаний;  $z_{ст}$  - статическое смещение системы под воздействием силы  $F_0$ ,

$z_{ст} = F_0/k$  ( $F_0$  - амплитуда возбуждающей силы  $F(t)$ ;  $k$  - жесткость системы);  $\xi_0$  - амплитуда вибро смещения основания;  $\delta = f/f_0$  - коэффициент расстройки ( $f$  - частота возбуждения;  $f_0$  - частота собственных колебаний системы);  $\varepsilon$  - показатель затухания.

Показатель затухания  $\varepsilon$ , коэффициент затухания  $\delta$ , декремент затухания  $\nu$  и коэффициент вязкого трения  $\beta$  связаны между собой следующими формулами:

$$\varepsilon = \frac{\Lambda}{\mathcal{J}}, \quad \Lambda = \frac{\mathcal{J}\beta}{\sqrt{km}}, \quad \delta = \frac{\beta}{2m}$$

Значения коэффициента динамичности рассчитываются для всего диапазона частот вибрации и могут быть представлены либо в виде таблицы, либо в виде графика.

Рассмотрим кинематическое возбуждение пластины за счет гармонического колебания ее закрепленных краев с амплитудой виброперемещения  $S_n$ . Коэффициент передачи по ускорению будет функцией координат и может быть определен по формуле [10].

$$j(x,y) = \frac{a_b(x,y)}{a_0} = 1 + \sum_{if=1}^{\infty} \frac{K_{if}(x,y) \delta_{if}^2}{1 - \delta_{if}^2 + j\varepsilon_{if} \delta_{if}} \quad (2.10)$$

где  $a_b(x,y)$  - амплитуда виброускорения точки пластины с координатами  $x, y$ ;  $a_0 = \omega^2 S_0$  - амплитуда виброускорения краев пластины;  $\eta_{if}$  - коэффициент расстройки относительно частоты собственных колебаний  $if$ -й пространственной формы;  $\varepsilon_{if}$  - показатель затухания  $if$ -й формы колебаний;  $K_{if}(x,y)$  - коэффициент формы колебаний.

Так как коэффициент расстройки высших типов колебаний для реальных конструкций плат в РЭА значительно меньше единицы, то можно ограничиться лишь основным типом колебаний. В этом случае формула (2.8) упрощается:

$$j(x,y) = |j(x,y)| = \frac{\sqrt{(1 + [K_1(x)K_1(y) - 1] \delta_{11}^2)^2 + \varepsilon_{11}^2 \delta_{11}^2}}{\sqrt{(1 - \delta_{11}^2)^2 + \varepsilon_{11}^2 \delta_{11}^2}} \quad (2.11)$$

значения коэффициента  $K_1(\xi)$  для различных условий закрепления краев пластины приведены на рис.2.3.

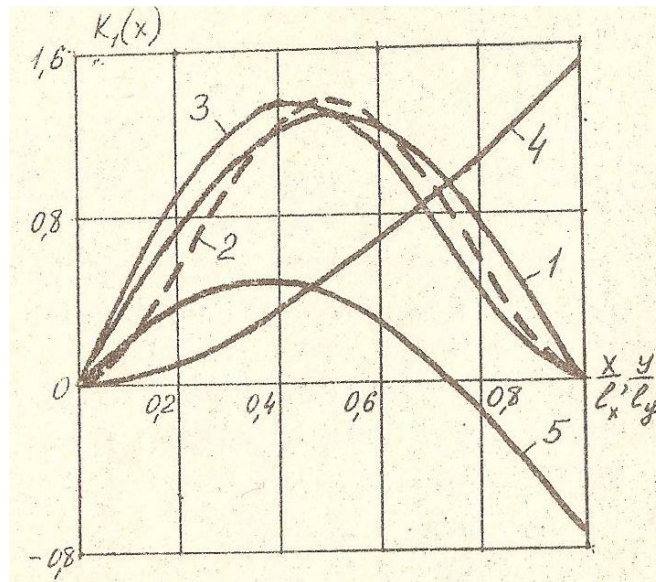


Рис.2.3. Зависимость коэффициента формы колебаний от координаты: 1 - оба края оперты; 2 - оба края защемлены; 3 - левый край оперт, правый защемлен; 4 - левый край защемлен, правый свободен; 5 - левый край оперт, правый свободен

### 2.1.3 Расчет виброускорения и виброперемещения элементов ЭА

Для механической системы с одной степенью свободы расчет амплитуды виброускорения  $a_0$  и виброперемещения  $S_0$  производится по следующим формулам:

-при силовом возбуждении

$$\begin{aligned} a_0(f) &= m_0(f) g z(f), \\ S_0(f) &= \frac{m_0(f) g z(f)}{4\pi^2 f_0^2} \end{aligned} \quad (2.12)$$

-при кинематическом возбуждении

$$\begin{aligned} a_0(f) &= 4\pi^2 f^2 \xi_0(f) \mu(f) = a_0(f) \mu(f), \\ S_0(f) &= \xi_0(f) \mu(f), \end{aligned} \quad (2.13)$$

где  $\xi_0(f) = a_0 f / 4\pi^2 f^2$  - амплитуда виброперемещения основания.

Для пластины:

-при силовом возбуждении

$$\begin{aligned} a_0(x, y, f) &= \frac{m_0(f) \cdot g \cdot K_1(x) \cdot K_2(y)}{\sqrt{(1-b^2)^2 + \varepsilon^2 b^2}}, \\ S_0(x, y, f) &= \frac{m_0(f) g \cdot K_1(x) \cdot K_2(y)}{4\pi^2 f_0^2 \sqrt{(1-b^2)^2 + \varepsilon^2 b^2}} \end{aligned} \quad (2.14)$$

-при кинематическом возбуждении

$$\begin{aligned} a_b(x, y, f) &= 4\pi^2 f^2 \xi_0(f) \cdot \gamma(x, y, f) = a_0(f) \gamma(x, y, f), \\ s_b(x, y, f) &= \xi_0(f) \gamma(x, y, f). \end{aligned} \quad (2.15)$$

Результаты расчета удобно представить либо в виде таблицы, либо в виде графика. Для пластины необходимо рассчитывать виброускорение, максимальное по поверхности.

Далее определяется максимальный прогиб пластины относительно ее краев. Для силового возбуждения

$\sigma_b^s \approx s_b(x, y, f)_{max}$ . Для кинематического возбуждения

$$\sigma_b^s = [s_b(x, y, f) - \xi_0(f)]_{max}$$

С учетом найденных значений виброперегрузок и виброперемещений оценка работоспособности производится по следующим критериям:

1. Для радиоэлементов (микросхемы, транзисторы, резисторы и др.) амплитуда виброускорения должна быть меньше допустимых по ТУ ускорений, т.е.

$$a_{bmax} < a_{дон} \quad (2.16)$$

значения  $a_{дон}$  определяются экспериментально в процессе анализа элементной базы.

2. Для элемента ЭА типа пластин стрела прогиба по ГОСТ 10316-76 на расстоянии  $l$  не должна превышать  $\sigma_l^s = \sigma_{дон}^s \cdot l^2$ , где  $\delta_{дон}$  - допускаемый прогиб на длине 1 м (для фольгированных стеклотекстолита и гетинакса определяется из табл.2.3), т.е.

$$\sigma_b^s < \sigma_{дон}^s \cdot l^2, \quad (2.17)$$

3. Для печатных плат с радиоэлементами условие (2.17) можно заменить

$$\sigma_b^s < 0,003 v, \quad (2.18)$$

где  $v$  - размер стороны печатной платы, параллельно которой установлены элементы.

Когда условия работоспособности не выполняются, необходимо изменить конструкцию ЭА, увеличив жесткость несущих элементов.



Таблица 2.3

Номинальная толщина листа	Допустимая стрела прогиба, мм			
	Одностороннее фольгирование		Двустороннее фольгирование	
	Гетинакс	Стеклотекстолит	Гетинакс	Стеклотекстолит
0,8	109	109	55	22
1,0	109	109	55	22
1,5	55	30	27	11
2,0	40	25	20	11
2,5	30	15	15	11
3,0	30	15	15	11

### 3. ОЦЕНКА РЕСУРСА КОНСТРУКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И ЭРЭ ПО УСЛОВИЯМ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ

В наиболее простой форме данная задача может быть разрешена, если на линейный вибратор действует случайный процесс, имеющий на всех частотах равномерный спектр. При этом под вибратором подразумевается отдельный несущий элемент, печатная плата, типовые ЭРЭ или микросхемы.

В практике конструирования такой процесс называется белым шумом, который задается в виде гистограммы (рис.3.1), на которой каждая ордината соответствует постоянной спектральной плотности  $G_0$  в заданном диапазоне частот внешнего воздействия  $\Delta f_r$ . Дополнительно к характеристике нагрузки должна быть задана ее длительность  $\tau$ .

Для колебательной системы должны быть известны: собственная частота вибратора  $f_0$ , его механическая добротность  $Q$  и характеристики выносливости материала конструкции в виде кривой Веллера, см.рис.3.3.

Среднее квадратичное отклонение (СКО) ускорения колебательной системы при воздействии белого шума  $\sigma_g$  может быть найдено как

$$\sigma_g^2 = Q^2 G_0 \frac{\pi}{2} \Delta f_0 \quad (3.1)$$

где  $G$  - спектральная плотность,  $g^2/\text{Гц}$ ,  $\Delta f_0 = f_0/Q$  определяется по резонансной кривой, представленной на рис.3.2.

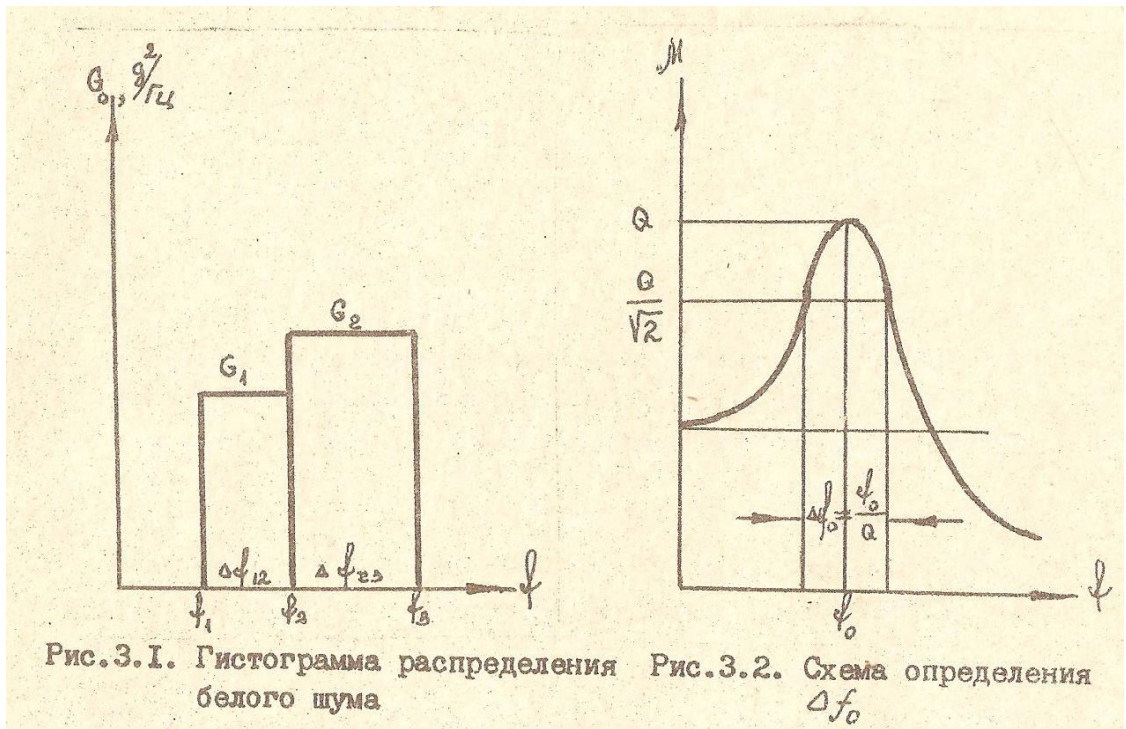


Рис. 3.1. Гистограмма распределения белого шума  
Рис. 3.2. Схема определения  $\Delta f_0$

Данное выражение справедливо, когда  $Q \gg 1$ , что выполняется почти для всех ЭРЭ и печатных плат. Кроме того, полоса действия белого шума  $\Delta f_z \gg \Delta f_0$ ; если полоса действия белого шума относительно узка ( $\Delta f_z < \Delta f_0$ ) и расположена в непосредственной близости от резонансной частоты  $f_0$ , то СКО ускорения

$$\sigma_g^2 = Q^2 G_0 \Delta f_z \quad (3.2)$$

где  $\Delta f_r$  - ширина полосы действия белого шума.

Задание спектральной плотности гистограммой, представленной на рис.3.1, предопределяет возможность попадания одновременно нескольких резонансных частот в диапазон частот белого шума, и тогда

$$\Delta f_R = \Delta f_{z1} + \Delta f_{z2} + \dots + \Delta f_{zn}$$

В этом случае действующее значение СКО ускорения определяется отдельно для каждой из резонансных частот по (3.1) или (3.2), а результирующее значение, без учета корреляции между собственными формами колебаний, находится из

$$\sigma_{g\Sigma} = \sqrt{\sigma_{g1}^2 + \sigma_{g2}^2 + \dots + \sigma_{gn}^2} \quad \text{или при равномерном распределении}$$

энергии по модам, т.е. когда  $\sigma_g = \sigma_{g2} = \dots = \sigma_{gn}$ ,  $\sigma_{g\Sigma} = \sqrt{n} \sigma_g$ , где  $n$  - число собственных частот.

При прохождении белого шума через систему с высокой добротностью с достаточной точностью можно принять, что плотность вероятности распределения пиков нагрузки  $S_i$  подчиняется закону распределения Релея

$$P_p(S_i) = \frac{S_i}{\sigma_s^2} \exp\left[-\frac{S_i^2}{2\sigma_s^2}\right] \quad (3.3)$$

где  $\sigma_s$  – определяется из (3.1) или (3.2).

В известной аппроксимации кривой Веллера вводится условное напряжение  $S_{\perp}$ , соответствующее разрушению при действии одного единственного пика нагрузки (рис 3.3):

$$1/N_i = (S_i/S_{\perp})^{K_{\text{вд}}} \quad (3.4)$$

В этом выражении поправка  $K$  учитывает действие случайной вибрации на кривую, полученную при гармоническом воздействии.

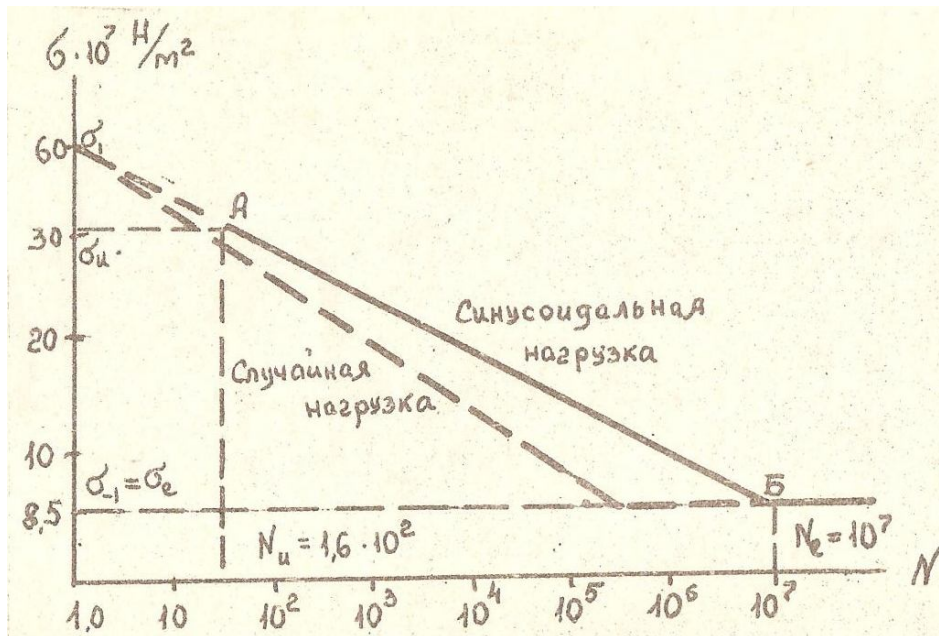


Рис. 3.3. Линейная аппроксимация кривой Веллера

Используя условие Майнера в виде  $D = \sum_i n(S_i) / N(S_i)$ , с учетом (3.3) получаем выражение для оценки накопленного повреждения за время  $T$  в виде

$$D = f_n T (S_1 / G_s)^{\kappa \alpha} \int_{S_0}^{S_1} S_i^{\kappa \alpha + 1} e^{-\frac{S_i^2}{2G_s^2}} dS, \quad (3.5)$$

где  $f_n$  – частота внешнего воздействия.

Введя обозначения  $V = S_i^2 / 2G_s^2$ ,  $q = \kappa \alpha / 2$  и  $z = (S_i / G_s) / \sqrt{q+1}$ , приходим к выражению

$$D = f_n T [(S_1 / G_s)^{2q}]^{-1} [2^q \Gamma(q+1)] [\gamma(z_u; q) - \gamma(z_e; q)] \quad (3.6)$$

которое вычисляется через гамма-функцию [5].

Для большинства материалов  $q > 1$  (обычно для металлов  $q=2-5$ ). Обработка результатов испытаний ЭРЭ показала, что  $q \approx 0,7-0,95$ .

Поскольку  $\sigma_s$ ,  $S_1$  и  $\alpha$  являются случайными величинами, то случайным будет и накопленное повреждение, значение которого обычно колеблется в пределах 0,5-2,7. Принимаем в расчетах среднее значение  $D=1$ . С учетом этого из (3.6) получаем выражение для средней наработки на отказ, которое пригодно как для несущих конструкций, так и для ЭРЭ:

$$T_f = \frac{(S_1 / G_s)^{2q}}{f_n [2^q \Gamma(q+1)] [\gamma(z_u; q) - \gamma(z_e; q)]}, \quad (3.7)$$

где  $\alpha$  – показатель наклона кривой (для металлов  $\alpha = 5-8$ , для ЭРЭ  $\alpha = 1-3$ );  $q = \kappa \alpha / 2$  – показатель гамма-функции ( $K = 0,9$ ).

Величина  $[\gamma(z_u; q) - \gamma(z_e; q)]$  с учетом принятых обозначений может быть определена по семейству кривых, приведенных на рис.3.4.

Пример. Рассчитать ресурс выводов МС 133 серии, установленной в центре печатной платы размерами 160x160x1,2, которая нагружается случайной нагрузкой в виде белого шума, представленной графически на рис.3.1. Интенсивность белого шума в диапазоне  $\Delta f_1 = f_2 - f_1 = 200 - 20 = 180$  Гц равна  $G_1 = 0,05 \text{ г}^2/\text{Гц}$ ;  $\Delta f_2 = f_3 - f_2 = 500 - 300 = 200$  Гц,  $G_2 = 0,075 \text{ г}^2/\text{Гц}$ . Схема возникновения деформаций приведена на рис.3.5. Вывода: МС  $d = 1 \cdot 10^{-3}$  м выполнены из холоднокатанной меди с модулем упругости  $E = 1,23 \cdot 10^3$  Н/м<sup>2</sup>, диаграмма выносливости которой была приведена на рис.3.3; Время действия белого шума  $\tau = 600$  с.

Печатная плата, в соответствии с [3], обладает четырьмя собственными частотами  $f_{01} = 285,5$  Гц;  $f_{02} = 582,1$  Гц;  $f_{03} = 852,2$  Гц;  $f_{04} = 1037,2$  Гц. Добротность платы  $Q = 20$ .

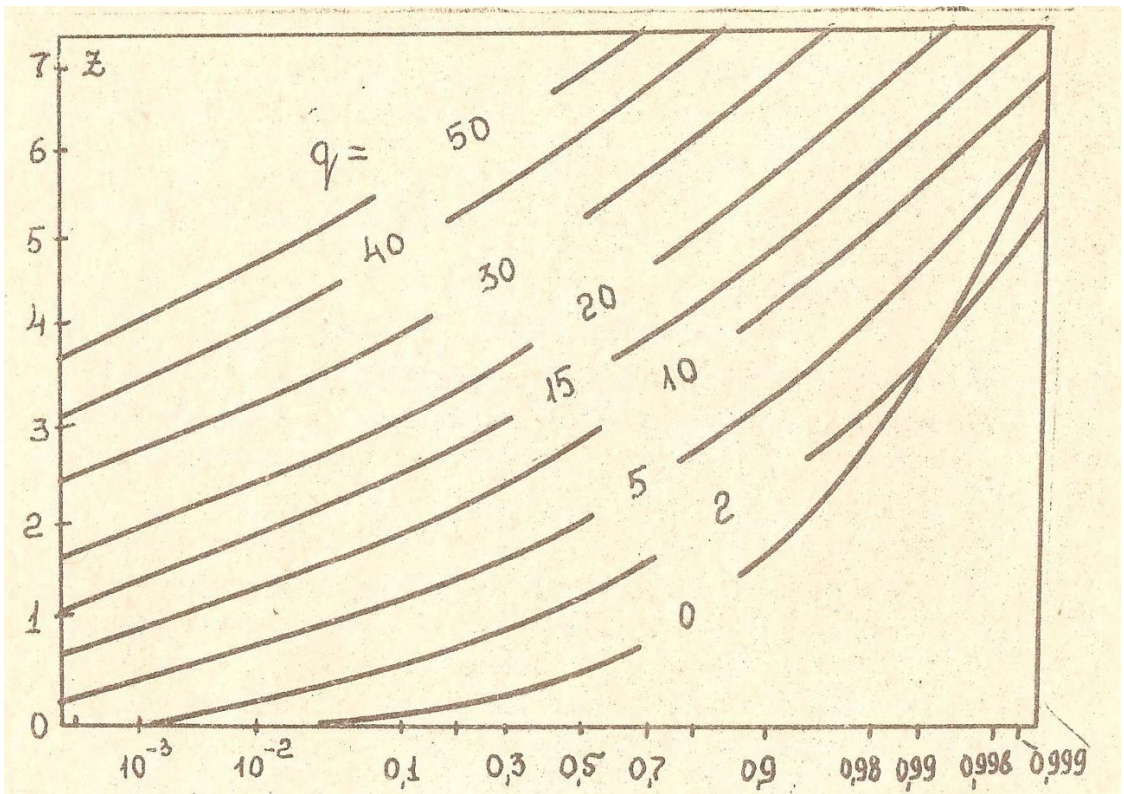


Рис.3.4 Семейство кривых для определения  $I(z, q)$

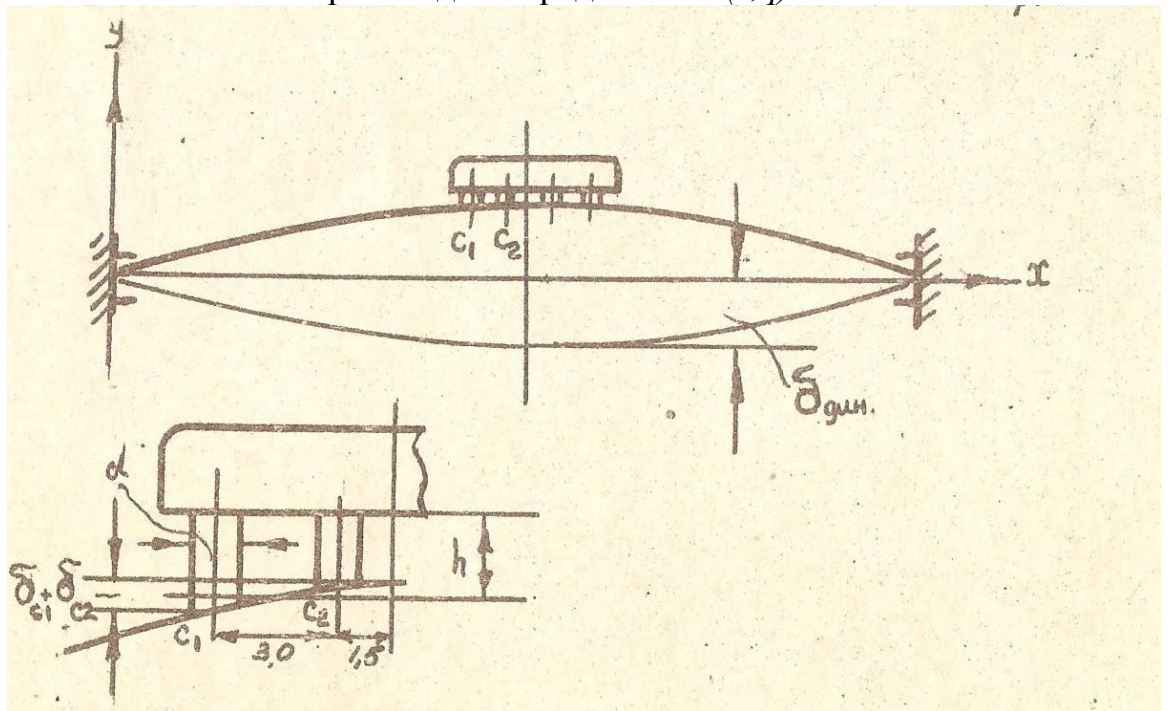


Рис.3.5 Схема для определения деформации выводов МС

Решение. На первом этапе расчетов определяем СКО перегрузки  $\sigma_s$  в центре платы по (3.1), поскольку  $Q \gg I$ . В поддиапозоне

$\Delta f_1$  нет собственных частот, следовательно, определяем СКО перегрузки для  $\Delta f_2$ :

$$G_g = \sqrt{\frac{\pi}{2} G_2 f_2 Q} = \sqrt{\frac{\pi}{2} 0,075 \cdot 285,5 \cdot 20} = 25,9g$$

Очевидно, что потеря выносливости выводами МС будет определяться динамическим прогибом платы  $\sigma_g$ . Соответствующее ему СКО прогиба  $G_\delta$  в центре платы находим по зависимости

$$d = f \frac{\delta^2}{250}, \text{ приведя ее к виду}$$

$$G_\delta = 250 G_g f_0^{-2} = 250 \cdot 25,9 \cdot 285,5^{-2} = 7,9 \cdot 10^{-2} \text{ мм.}$$

Для определения деформации выводов у МГ используем зависимость [4]

$$\delta_c = \delta_g \sin \pi x / l, \quad (3.8)$$

где  $l$  - длина платы;  $\delta_c$  и  $\delta_g$  - прогиб в точке с координатой  $X$  и в центре платы.

Задача оценки деформаций является статически неопределимой, поэтому для двух неизвестных  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  используются два уравнения. Уравнение совместности деформаций (см.рис.3.5) составляется из условия равенства суммы деформаций в точках  $C_1$  и  $C_2$  разности перемещений платы в тех же точках, вычисляемых по (3.8) в виде

$$\delta_{c1} + \delta_{c2} = \delta_g (0,999 - 0,996) = \delta_g \cdot 0,3 \cdot 10^{-2}, \quad (3.9)$$

где в скобках заключена разность соответствующих синусов.

Уравнение проекции внутренних сил, написанное из условия возникновения деформаций противоположных знаков в выводах,

$$G_{c1} \sum_n F_{c1} - G_{c2} \sum_k F_{c2} = 0. \quad (3.10)$$

Учитывая, что относительная деформация вывода  $\varepsilon = \frac{\delta}{h}$ , где  $h$  - его первоначальная длина, а  $F_\delta$  - площадь, получаемая на основании закона Гука

$$\frac{\delta_{c1}}{h} 4F_\delta - \frac{\delta_{c2}}{h} 2F_\delta = 0 \quad (3.11)$$

Разрешая (3.9) и (3.11) в относительных деформациях, имеем

$$2\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \quad \text{и} \quad \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \frac{\delta_g}{h} 0,3 \cdot 10^{-2}.$$

Из этих уравнений и находятся относительные удлинения в точках  $C_1$  и  $C_2$ , которые равны  $\varepsilon_1 = 0,79 \cdot 10^{-4}$  и  $\varepsilon_2 = 1,58 \cdot 10^{-4}$ .

Сопоставляя  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ , находим, что наибольшее напряжение возникнет в выводах, принадлежащих сечению  $c_2-C_2$ . Напряжение в этих выводах

$$G_{c2} = 1,23 \cdot 10^{11} \cdot 1,58 \cdot 10^{-4} = 1,94 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^2.$$

Поскольку динамическое напряжение  $\sigma_{c2}$  определено по соответствующему значению СКО перегрузки  $\sigma_g=29.5g$ , то и полученное значение  $\sigma_{c2}$  численно равно СКО динамического напряжения  $\sigma_s$  в выводах, принадлежащих сечению  $c_2-C_2$ .

В соответствии с аппроксимацией (3.4) параметр  $\alpha$ , определяющий угол наклона кривой Веллера,

$$\alpha = \lg(N_e/N_u) [\lg(\sigma_u/\sigma_e)]^{-1} = \lg(10^7/16 \cdot 10^2) [\lg(30 \cdot 10^7/85 \cdot 10^7)]^{-1} = 8,74,$$

где приняты базовые значения, установленные по рис.3.3.

Имея  $\alpha$  и заданное выше значение  $K=0,9$ , находим параметр

$$q = 0,5 K \alpha = 0,5 \cdot 0,9 \cdot 8,74 = 3,933$$

и значение условного напряжения  $\sigma_1$ , при котором разрушение происходит при действии одного единственного цикла нагрузки:

$$\sigma_1 = \sigma_u \sqrt{N_u} = 30 \cdot 10^7 \sqrt{16 \cdot 10^2} = 60,71 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^2.$$

Поскольку установлено, что  $I[Z_u; q]-1$  практически для всех металлов и исследованных ЭРЭ, ограничивается вычислением

$$Z_e = [\sigma_e^2 / 2\sigma_c^2] / \sqrt{q+1} = (8,5 \cdot 10^7)^2 / 2 \cdot (1,94 \cdot 10^7)^2 / \sqrt{3,93+1} = 4,32.$$

Далее, используя семейство кривых  $I[Z_u; q]$ , приведенное на рис.3.4, находим  $I[4,32; 3,93]=0,95$ .

Таким образом,  $I[Z_u; q]-I[Z_e; q]=0,05$

С учетом полученных значений параметров определяем по (3.7) среднюю наработку на отказ

$$T_f = \frac{(60,71 \cdot 10^7 / 1,94 \cdot 10^7)^{2 \cdot 3,93}}{285,5 [2^{3,93} \cdot \Gamma(4,93)] 0,05} = 1,16 \cdot 10^8 \text{ с} = 3,22 \cdot 10^4 \text{ ч}.$$

Здесь использовано условие [5]  $\Gamma(x)=(x-1)\Gamma(x-1)$ , поэтому

$$\Gamma(4,93) = 3,93 \cdot 2,93 \cdot 1,93 \Gamma(1,93) = 22,315$$

Полученное значение  $T_f$  позволяет определить и интенсивность отказов  $\lambda_f = 1/T_f = 3,1 \cdot 10^{-3}$  в предположении экспоненциального закона распределения наработок. В соответствии с этим вероятность безотказной работы одного вывода МС 134 серий на время боевой работы  $\tau=600\text{с}=2,77 \cdot 10^{-4}$  ч определяется через соотношение

$$P(2,77 \cdot 10^{-4}) = e^{-3,1 \cdot 10^{-3} \cdot 2,77 \cdot 10^{-4}} = 1,0.$$

## 4. РАСЧЕТЫ ЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ НА АКУСТИЧЕСКИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ

### 4.1 Принципы составления моделей конструкций ЭА на акустические воздействия

В основу расчетов положен статистический энергетический метод (СЭМ), включающий следующие этапы:

1. Составление модели конструкции, разбиение системы на подсистемы.

2. Вычисление параметров СЭМ: модальной плотности, коэффициентов демпфирования и коэффициентов взаимосвязи.

3. Распределение энергии по подсистемам.

4. Оценка динамического отклика каждой подсистемы.

С учетом реальных свойств конструкции вводятся следующие предположения:

1) моды (резонансы) подсистемы равномерно распределены в диапазоне частот;

2) средняя энергия каждой моды в подсистеме одинакова;

3) демпфирование в подсистеме на каждой моде одинаково.

На основе СЭМ построена обобщенная модель для конструкции типового блока электронной аппаратуры пакетной компоновки. Пример такого блока, включающий все виды подсистем, характерные для данного вида аппаратуры, представлен на рис.4.1.

В модели СЭМ для типового блока имеются следующие виды подсистем, характеризующиеся однотипными модами:

1) пластины (печатные платы в заделке, стенки корпуса);

2) замкнутые воздушные объемы внутри корпуса.

Между подсистемами в типовом блоке существуют следующие области контакта, через которые осуществляется обмен энергией:

а) из безграничного воздушного пространства к пластине (акустический объем не резонирует, шум действует на стенки корпуса);

б) через точечные опоры (вибрация передается через амортизаторы к корпусу);

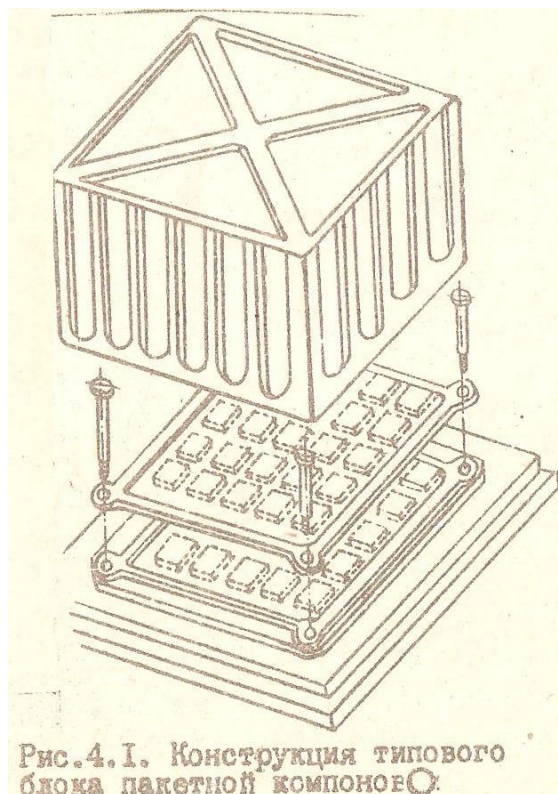


Рис.4.1. Конструкция типового блока пакетной компоновки.



- в) внутренний объем блока возбуждается колебаниями стенок;
- г) печатные платы возбуждаются вибрацией, приложенной по периметру (заделка) платы;
- д) печатные платы возбуждаются внутренним воздушным объемом.

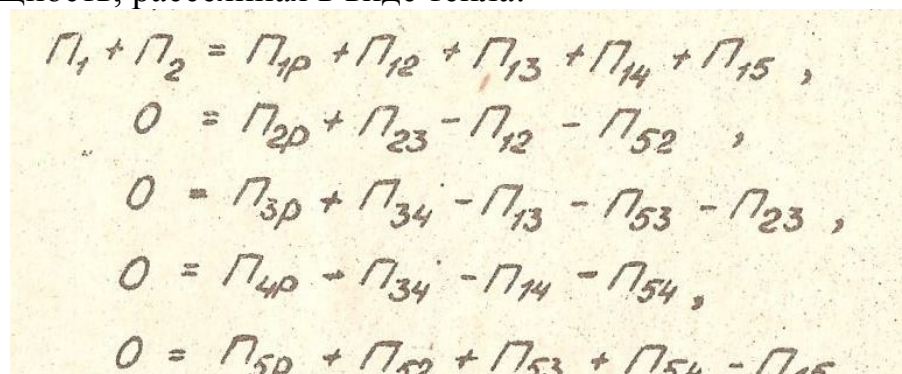
Таким образом, в типовом электронном блоке пакетной компоновки имеется три типа обмена энергией:

- 1) пластина возбуждается акустическим шумом: а) из бесконечной области; б) в замкнутом объеме;
- 2) пластина возбуждается вибрацией по периметру;
- 3) пластина возбуждается вибрацией через точки опоры.

#### 4.2. Энергетические уравнения

На основании вышесказанного строится модель СЭМ для блока пакетной компоновки (рис.4.2). Здесь  $P_1$  - мощность внешнего вибрационного воздействия;  $P_2$  - мощность акустического шума;  $E_i$  - энергия  $i$ -й подсистемы модели блока;  $\eta_i$  - коэффициент потерь  $i$ -й подсистемы;  $\eta_{ij}$  - коэффициент взаимосвязи  $i$ -й подсистемы с  $j$ -й.

Для каждой подсистемы записывается условие: мощность, подводимая к подсистеме, равна отводимой мощности плюс мощность, рассеянная в виде тепла:



$$\begin{aligned}
 P_1 + P_2 &= P_{1p} + P_{12} + P_{13} + P_{14} + P_{15} , \\
 0 &= P_{2p} + P_{23} - P_{12} - P_{52} , \\
 0 &= P_{3p} + P_{34} - P_{13} - P_{53} - P_{23} , \\
 0 &= P_{4p} + P_{34} - P_{14} - P_{54} , \\
 0 &= P_{5p} + P_{52} + P_{53} + P_{54} - P_{15} .
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

Если коммутационные ячейки блока соединены в пакет так, что между краями ячеек отсутствуют зазоры, то с акустическим полем внутреннего объема взаимодействует только верхняя плата блока. Поэтому в модели такого блока можно положить  $P_{52}=0$  и  $P_{53}=0$  и не учитывать связи  $\eta_{52}$  и  $\eta_{53}$ . В этом случае наибольшие перегрузки будут на верхней плате пакета, а на следующих значительно ниже, что подтверждается и экспериментально.

При рассмотрении малого числа плат (не более четырех) можно не учитывать поперечных вибраций пакета, при большем количестве плат необходимо вводить дополнительные подсистемы и связи, так как модель СЭМ не будет отражать новые качества конструкции, возникшие из-за увеличения количества плат в пакете.

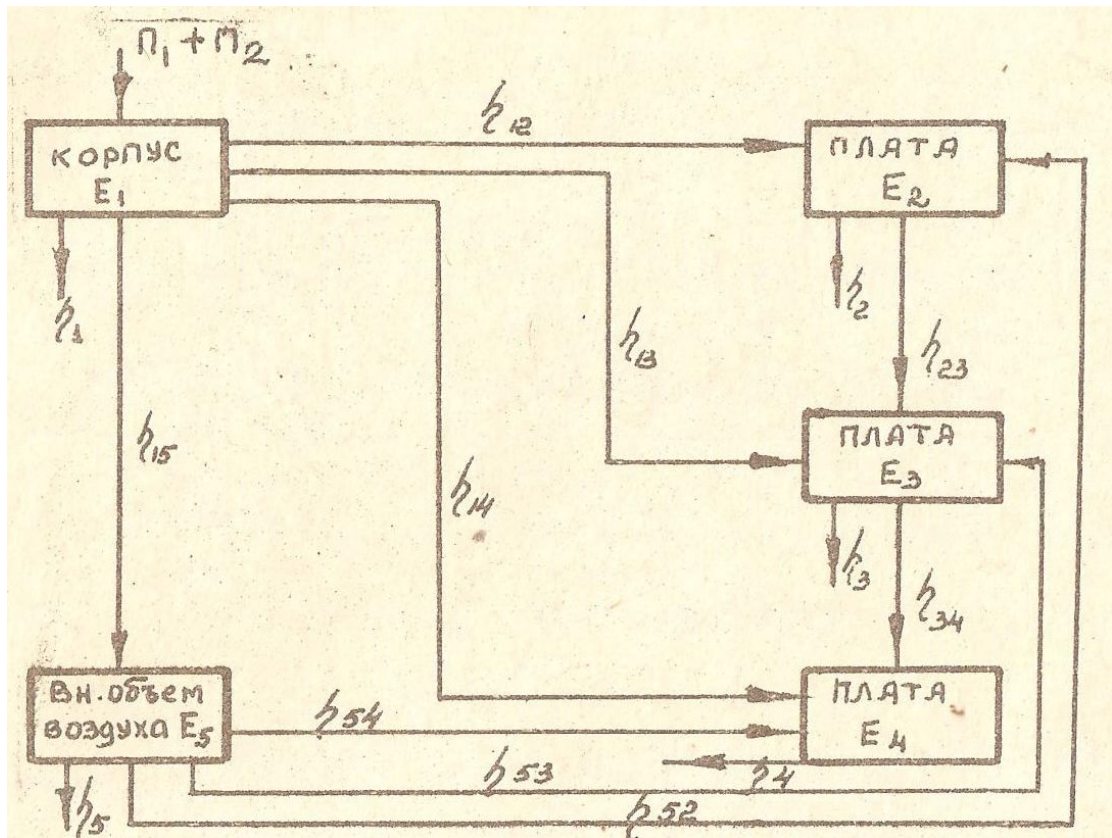


Рис.4.2. Расчетная модель типового электронного блока  
 Система уравнений для модели блока, показанной на рис.4.2, запишется так:

$$\begin{aligned}
 (\pi_1 + \pi_2)/\omega &= E_1(\alpha_1 + \alpha_{12} + \alpha_{13} + \alpha_{14} + \alpha_{15}) - E_2\alpha_{21} - E_3\alpha_{31} - E_4\alpha_{41} - E_5\alpha_{51}, \\
 0 &= -E_1\alpha_{12} + E_2(\alpha_2 + \alpha_{21} + \alpha_{23}) - E_3\alpha_{32}, \\
 0 &= -E_1\alpha_{13} - E_2\alpha_{23} + E_3(\alpha_3 + \alpha_{31} + \alpha_{32} + \alpha_{34}) - E_4\alpha_{43}, \\
 0 &= -E_1\alpha_{14} - E_3\alpha_{34} + E_4(\alpha_4 + \alpha_{41} + \alpha_{43} + \alpha_{45}) - E_5\alpha_{54}, \\
 0 &= -E_1\alpha_{15} - E_4\alpha_{45} + E_5(\alpha_5 + \alpha_{51} + \alpha_{54}),
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Вводим обозначения:

$$\begin{aligned}
 \alpha_{1k} &= \alpha_1 + \alpha_{12} + \alpha_{13} + \alpha_{14} + \alpha_{15}, & k &= 0, 2, 3, 4, 5; \\
 \alpha_{2l} &= \alpha_2 + \alpha_{21} + \alpha_{23} + \alpha_{34}, & l &= 0, 1, 3; \\
 \alpha_{3m} &= \alpha_3 + \alpha_{31} + \alpha_{32} + \alpha_{45}, & m &= 0, 1, 2, 4; \\
 \alpha_{4n} &= \alpha_4 + \alpha_{41} + \alpha_{43}, & n &= 0, 1, 3, 5; \\
 \alpha_{5p} &= \alpha_5 + \alpha_{51} + \alpha_{54}, & p &= 0, 1, 4.
 \end{aligned}$$

Тогда определитель системы линейных алгебраических уравнений

$$\Delta = \begin{vmatrix} b_{1k} & b_2 & -b_{31} & -b_{41} & -b_{51} \\ -b_{12} & b_{2l} & -b_{32} & 0 & 0 \\ -b_{13} & -b_{23} & b_{3m} & -b_{43} & 0 \\ -b_{14} & 0 & -b_{34} & b_{4n} & -b_{54} \\ -b_{15} & 0 & 0 & -b_{45} & b_{5p} \end{vmatrix} \quad (4.3)$$

и система уравнений может быть представлена следующим образом:

$$\Delta x \begin{vmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \\ E_5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (\pi_2 - \pi_1)/\omega \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad (4.4)$$

Энергия каждой подсистемы модели

$$\begin{aligned} E_1 &= [(\pi_1 + \pi_2)/\omega \Delta] b_{2l} b_{3m} b_{4n} b_{5p}, \\ E_2 &= [(\pi_1 + \pi_2)/\omega \Delta] b_{32} b_{43} b_{54} b_{15}, \\ E_3 &= [(\pi_1 + \pi_2)/\omega \Delta] b_{2l} b_{13} b_{54} b_{45}, \\ E_4 &= [(\pi_1 + \pi_2)/\omega \Delta] b_{32} b_{23} b_{14} b_{5p}, \\ E_5 &= [(\pi_1 + \pi_2)/\omega \Delta] b_{12} b_{23} b_{34} b_{45}, \end{aligned} \quad (4.5)$$

где определитель

$$\Delta = b_{1k} b_{2l} b_{3m} b_{4n} b_{5p} + b_{21} b_{32} b_{43} b_{54} b_{15} + b_{51} b_{12} b_{23} b_{34} b_{45} - b_{31} b_{2l} b_{13} b_{54} b_{45} - b_{41} b_{32} b_{23} b_{14} b_{5p}.$$

Получив значение энергии подсистемы, можно определить средний квадрат скорости конструкции или звукового поля из соотношения

$$E = M \langle V^2 \rangle, \quad (4.6)$$

где  $M$  – масса подсистемы.

Зная выражение для скорости, можно получить значение средних квадратов перемещений и ускорений:

$$\langle a^2 \rangle = 4\pi^2 f^2 \langle V^2 \rangle \quad \langle d^2 \rangle = \frac{\langle V^2 \rangle}{4\pi^2 f^2} \quad (4.7)$$

где  $f$  – центральная частота диапазона.

Для таких видов деформаций, как изгибные, крутильные, сжатия, средний квадрат относительной деформации связан со скоростью выражением

$$\langle \epsilon^2 \rangle = \kappa \langle V^2 \rangle / c^2, \quad (4.8)$$

где  $c_e$  - скорость изгибных волн в конструкции, а постоянная  $K$  зависит от типа деформации и геометрии системы. Значение  $K$  изменяется в диапазоне, близком к единице, и для расчетов можно положить  $K=1$ .

Средние деформации конструкции связаны с напряжением следующим соотношением;

$$\langle \tau^2 \rangle = E^2 \langle \varepsilon^2 \rangle, \quad (4.9)$$

где  $E$  - модуль Юнга.

#### 4.3 Определение модальных параметров подсистем

К модальным параметрам подсистем относятся число мод в заданном диапазоне частот  $N_i$ , модальная плотность (количество мод на единицу частоты)  $\eta_i$  и среднее модальное расстояние (средний интервал между двумя соседними модами)  $\Delta_i$ .

Для прямоугольной шарнирно опертой по краям пластины

$$N_i = \pi S_0 \frac{f^2}{c_n^2}, \quad (4.10)$$

где  $S_0$  - площадь пластины;  $c_n$  - волновая скорость продольных колебаний;  $\Delta$  - интервал частот, соответствующий вычисляемой моде;  $r$  - радиус инерции сечения пластины;  $0-f$  - диапазон частот.

При этом

$$f_{n_1 n_2} = \frac{c_n \pi}{2} \left( \frac{n_1^2}{l_1^2} + \frac{n_2^2}{l_2^2} \right), \quad (4.11)$$

где  $n_1$  и  $n_2$  - произвольные целые числа, включая 0;  $l_1$  и  $l_2$  - размеры пластины в плане;

$$c_n = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\mu^2)}}$$

Здесь  $E$  - модуль упругости пластины;  $\mu$  - коэффициент Пуассона;  $\rho$  - плотность материала пластины.

В формуле (4.11),  $\alpha = h/12$  где  $h$  - толщина пластины.

Для платы с радиоэлементами

$$E_{n_1 n_2} = f_{n_1 n_2} \left[ 1 + \sum_{s=1}^N \frac{4m_s}{m_*} \left( \sin \frac{\pi n_1 y_1}{l_1} \right)^2 \left( \sin \frac{\pi n_2 y_2}{l_2} \right)^2 \right]^{-1/2}, \quad (4.12)$$

где  $f_{n_1 n_2}$  - спектр собственных частот соответствующей ненагруженной пластины;  $m_s$  - масса радиоэлемента;  $m_* = l_1 l_2 \rho h$  - масса печатной платы;  $y_1$  и  $y_2$  - координаты радиоэлементов.

Число мод

$$N_i = \frac{S_n f}{2\alpha c_n} \left[ 1 + \sum_{s=1}^N \frac{4m_s}{m_*} \left( \sin \frac{\pi n_1 y_1}{l_1} \right)^2 \left( \sin \frac{\pi n_2 y_2}{l_2} \right)^2 \right] \quad (4.13)$$

Модальная плотность в диапазоне  $\Delta f$

$$n_i = \frac{S_n \Delta f}{2\alpha c_n} \left[ 1 + \sum_{s=1}^N \frac{4m_s}{m_*} \left( \sin \frac{\pi n_1 y_1}{l_1} \right)^2 \left( \sin \frac{\pi n_2 y_2}{l_2} \right)^2 \right].$$

Для замкнутого прямоугольного объема спектр резонансных частот

$$f_{mnp} = \frac{c}{2} \sqrt{\frac{m^2}{l_x} + \frac{n^2}{l_y} + \frac{p^2}{l_z}} \quad (4.14)$$

где  $l_x$ ,  $l_y$  и  $l_z$  – размеры прямоугольной области.

Число мод в диапазоне частот

$$N_i = \frac{L}{8c} f + \frac{\pi S}{4c^2} f^2 + \frac{4\pi V}{3c^3} f^3. \quad (4.15)$$

Модальная плотность объема

$$n_i = \left( \frac{L}{8c} + \frac{\pi S}{2c^2} f + \frac{4\pi V}{c^3} f^2 \right) \Delta f,$$

где  $L$  – периметр области;  $S$  – площадь области;  $V$  – объем области;  $c$  – скорость звука;  $f$  – максимальное значение диапазона частот.

#### 4.4 Определение коэффициента взаимосвязи подсистем

Коэффициент взаимосвязи  $\eta_{ij}$  показывает, какая доля энергии, запасаемой  $i$ -ой подсистемой, переходит к связанной с ней  $j$ -ой подсистеме (табл.4.1).

Мощность, передаваемая из одного объема в другой через стенку

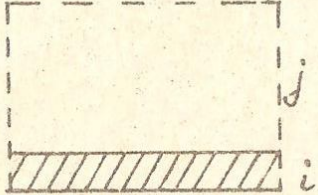
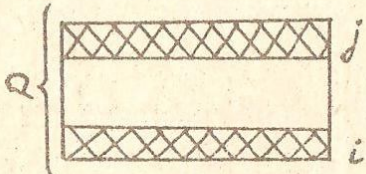
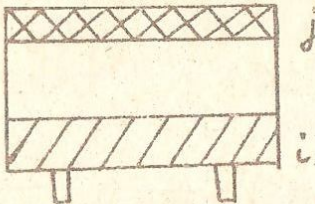
$$P_{вн} = \langle P_1^2 \rangle A_{ст} / \rho c \quad (4.16)$$

где  $A_{ст}$  – площадь стенки;  $\rho$  – плотность воздуха;  $c$  – скорость звука.

Связь пластины с воздушным объемом описывается через сопротивление излучения

$$R_{изл} = \begin{cases} = \rho c A_n \left\{ \frac{\lambda_c P}{\pi A_n} \frac{2}{\pi} \sin^{-1} \left( \frac{f}{f_c} \right)^{1/2} \right\} \beta, & f < f_c, \\ = \rho c A_n \left\{ 1 - \frac{f_c}{f} \right\}^{1/2}, & f > f_c \end{cases} \quad (4.17)$$

где  $A_n$  – площадь пластины;  $P$  – периметр пластины;  $f_c = 125 \cdot 10^3 / h$  критическая частота ( $h$  – толщина пластины);  $\lambda_c$  – длина волны звука на критической частоте,  $\beta=2$  – характеристика условий закрепления.

Схема связи	Формула
 <p data-bbox="464 663 751 723">пластина - воздушный объем</p>	$z_{ij} = \frac{R_{rad}}{\omega_i M_i}$
 <p data-bbox="464 1014 791 1075">тонкая пластина - тонкая пластина</p>	$z_{ij} = \frac{2}{\rho^2}$
 <p data-bbox="469 1335 815 1395">толстая пластина - тонкая пластина</p>	$z_{ij} = \frac{2z_i z_j}{\left(\sum_{k=1}^n z_{kx}\right)^2}$

## 5 ВИБРОЗАЩИТА НЕСУЩИХ КОНСТРУКЦИЙ ПОЛИМЕРНЫМИ КОМПАУНДАМИ

### 5.1 Использование вибропоглощающих покрытий

Одним из наиболее эффективных способов, снижающих уровень отклика несущих элементов на вибрационные воздействия, является введение в конструкцию вибропоглощающих (ВП) материалов. Их использование основано на повышении коэффициента потерь систем с распределенными параметрами за счет присоединения к несущему элементу (стенке корпуса, печатной плате и пр.) слоев ВП материалов, внутреннее трение в которых существенно выше, чем у материала самих несущих конструкций (НК). Это свойство зависит

от скорости приложения нагрузки (частоты вибрации) и от температуры, при которой работает конструкция.

Наряду с печатными платами и другими элементами с внешними ВП слоями, применяются слоеные ВП конструкции, состоящие из стеклотекстолитовых или металлических пластин, соединенных прослойками из вязкоупругих материалов. Характер деформации элементов слоеных вибропоглощающих НК при изгибных колебаниях (рис.5.1) определяется главным образом соотношением модулей упругости несущих и вибропоглощающих слоев.



Рис.5.1. Схема возникновения изгибных деформаций в платах с ВП слоями

В большинстве изделий в качестве ВП покрытий применяются полимеры типа полиуретана (рис.5.2), полиизобутилена (см.рис.5.3) и т.п. В температурных и частотных диапазонах эксплуатации аппаратуры изменяются коэффициент потерь и динамический модуль упругости этих материалов соответственно в 10-20 раз и на несколько порядков. Эти

материалы носят название «мягких», поскольку их деформации в процессе колебаний происходят в соответствии со схемами рис.5.1а и рис.5.1б, в отличие от деформации конструкции с «жесткими» ВП слоями (резины, линолеумы, поливинилхлориды, поливинилацетаты и пр.), деформирующихся по схемам рис.5.1в и рис.5.1г.

Различие в характере деформированного состояния определяет и условия поглощения энергии колебаний. Например, в жестких ВП слоях основную роль играют деформации растяжения-сжатия в плоскостях, параллельных плоскостям пластин, а в мягких покрытиях наиболее существенны сдвиговые деформации в промежуточных слоях конструкции (см.рис.5.1а) или деформации растяжения-сжатия во внешнем ВП слое в направлении, перпендикулярном плоскости несущей пластины (см.рис.5.1б).

## 5.2 Расчет пластины с мягким внешним ВП слоем

В основу расчета положено представление суммарного коэффициента механических потерь в двухслойной конструкции (рис.5.4) в виде

$$\lambda = \lambda_k + \lambda_m + \lambda_a, \quad (5.1)$$

где  $\eta_k$ ,  $\eta_m$ ,  $\eta_a$  - коэффициенты, учитывающие трение между элементами конструкции; внутреннее трение в материале; аэродинамическое демпфирование соответственно.

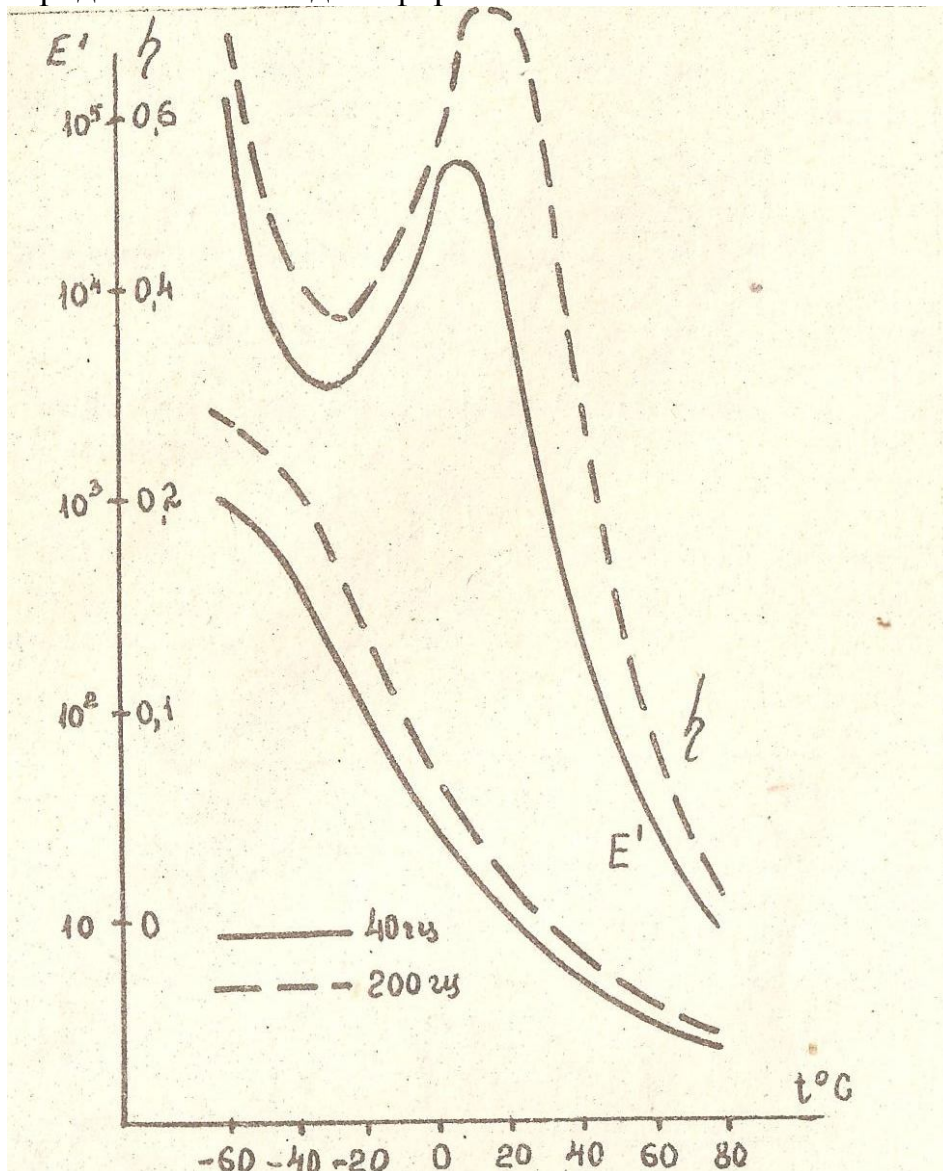


Рис.5.2. Зависимости  $\eta$  и  $E'$  для полиуритана

Так как  $\eta_a \rightarrow 0$ , то (5.1) приводится к выражению

$$\zeta = \zeta_H + (\zeta_2 - \zeta_1) / (1 + W_1/W_2), \quad (5.2)$$

в котором  $\zeta_H = 1/\sqrt{f_0}$  соответствует начальному демпфированию, определяемому собственной частотой несущего элемента  $f_0$  без учета изменений, вносимых присоединенным ВП слоем;  $\eta_1$  и  $\eta_2$  - коэффициенты механических потерь материалов платы и ВП слоя;  $W_1/W_2$  отношение энергии колебаний, гасящихся в материалах платы и ВП слоя соответственно.



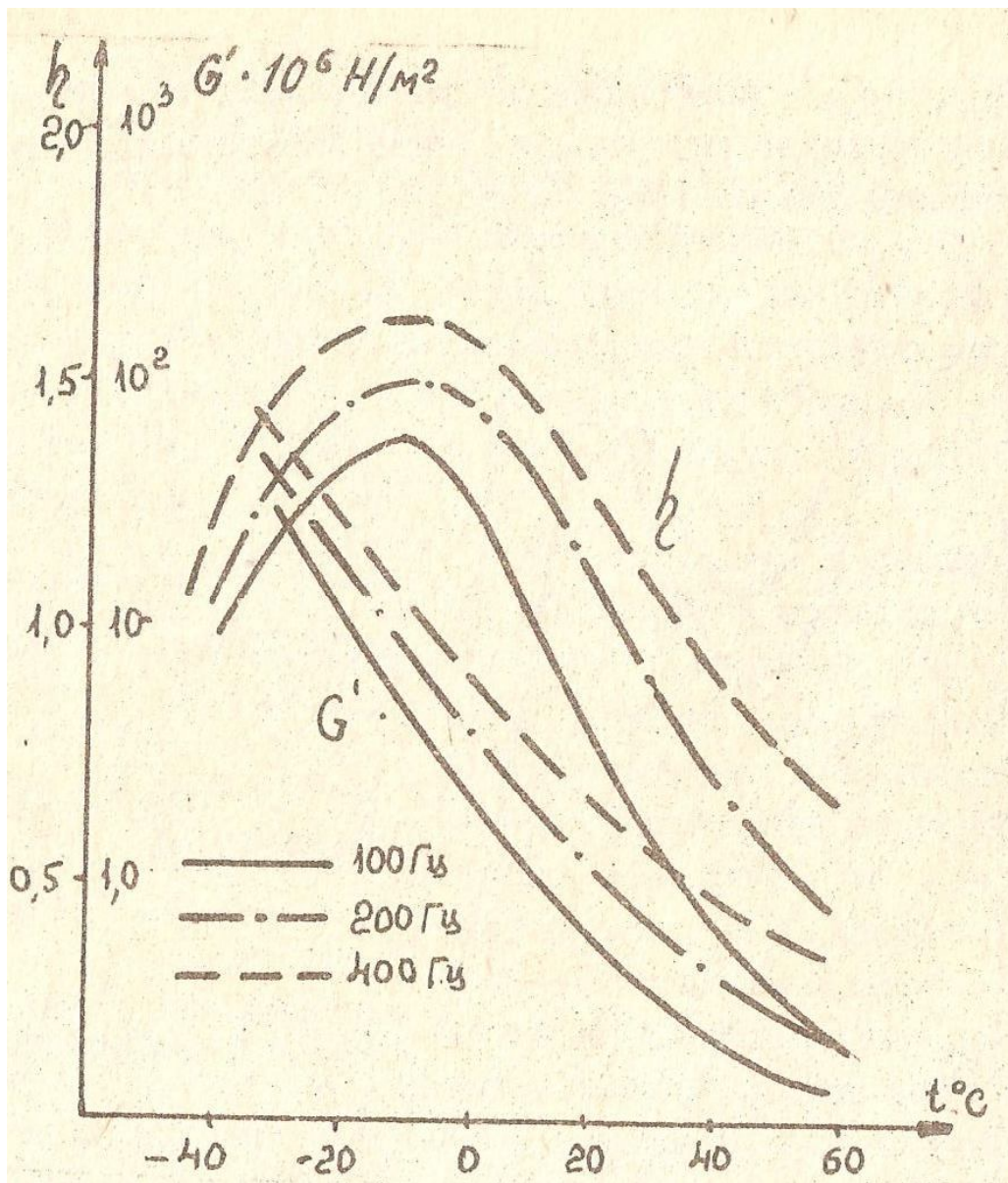


Рис.5.3. Зависимости  $\eta$  и  $G'$  для полиизобутилена

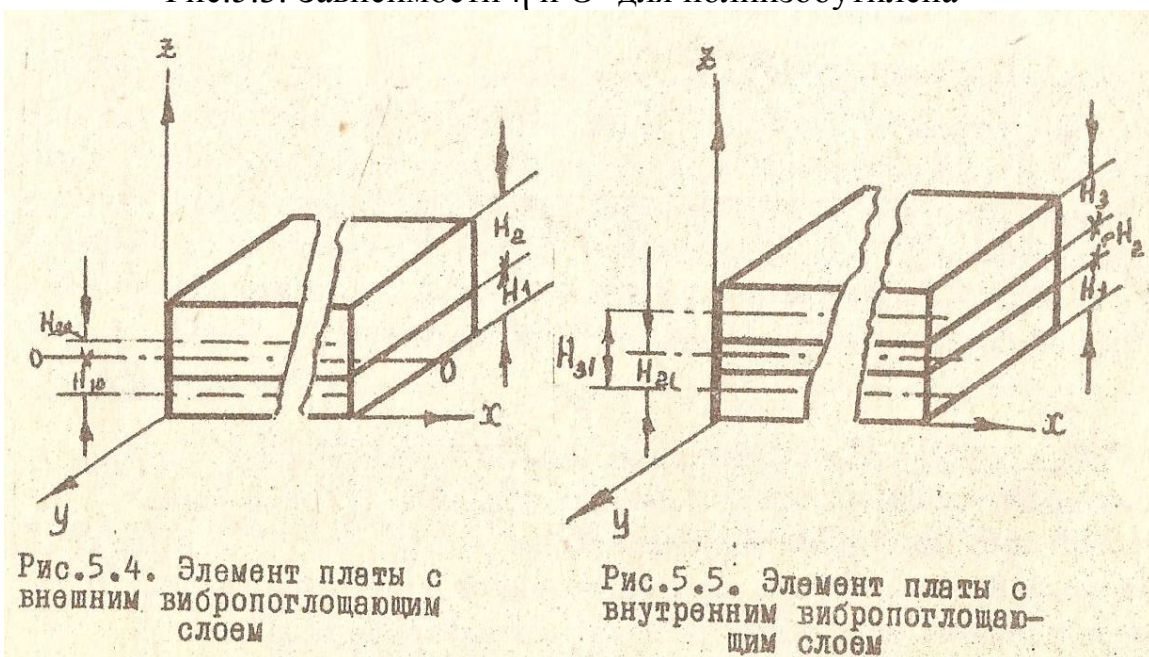


Рис.5.4. Элемент платы с внешним вибропоглощающим слоем

Рис.5.5. Элемент платы с внутренним вибропоглощающим слоем

Учитывая смещение нейтрального слоя (см.рис.5.4), можно записать (5.2) в окончательном виде

$$b = b_H + (b_2 - b_1) A, \quad (5.3)$$

где  $H_1$  и  $H_2$  – толщины несущего и ВП слоев;  $E_1$  и  $E_2$  – соответствующие модули упругости

$$A = \frac{K_2 [12 h_{21}^2 + (1 + K_2) h_2^2]}{(1 + K_2) [(1 + K_2) \cdot (1 + K_2 h_2^2) + 12 K_2 h_{21}^2]} \quad (5.4)$$

коэффициент использования демпфирующих свойств.

Здесь

$$K_2 = \frac{E_2 H_2}{E_1 H_1}; \quad h_2 = \frac{H_2}{H_1}; \quad h_{21} = \frac{H_1 + H_2}{2 H_1}$$

Аналогично вычисляется и характеристика цилиндрической жесткости конструкции

$$D = D_1 + D_2, \quad (5.5)$$

где  $D_1$  и  $D_2$  – цилиндрические жесткости несущего и ВП слоя.

Из [4] известны выражения для  $D_1$  и  $D_2$ , учитывающие смещение нейтрального слоя:

$$D_1 = \frac{E_1 H_1^3}{12(1 - \nu_1^2)} + E_1 H_1 H_{10}^2; \quad (5.6)$$

$$D_2 = \frac{E_2 H_2^3}{12(1 - \nu_2^2)} + E_2 H_2 H_{20}^2 \quad (5.7)$$

В этих выражениях  $H_{10}$  и  $H_{20}$  – расстояния от нейтрального слоя до средин несущего и ВП слоев, например  $H_{10} = \frac{E_2 H_2 h_{21}}{E_1 H_1 + E_2 H_2}$  и т. д.

С учетом (5.6) и (5.7) выражение (5.5) приводится к

$$D = \frac{E_1 H_1^3}{12(1 - \nu_1^2)} + \frac{E_2 H_2^3}{12(1 - \nu_2^2)} + E_2 H_2 \left( \frac{H_{21}}{1 + E_2 H_2} \right)^2 \left( 1 + \frac{E_2 H_2}{E_1 H_1} \right), \quad (5.8)$$

где  $\nu_1$  и  $\nu_2$  – коэффициенты Пуассона, а  $H_{21} = \frac{H_1 + H_2}{2}$ .

Если ВП слой наносится на сторону платы, несущую ЭРЭ, рассматривается коэффициент заполнения объема

$$K_V = \frac{V_{ВП}}{V_2}, \quad (5.9)$$

где  $V_{ВП} = V_2 - V_{ЭРЭ}$  – это чистый объем ВП материала;  $V_2$  – теоретический объем ВП материала, без учета объема ЭРЭ;  $V_{ЭРЭ}$  – объем ЭРЭ. Тогда расчетная высота ВП материала  $H_{20} = H_2 K_V$ .

Анализ зависимостей (5.4) и (5.8), а также формул для расчета собственных частот печатных плат позволяет установить, что непосредственная оценка собственной частоты двухслойной конструкции, а следовательно, и остальных динамических характеристик: коэффициента передачи, виброперемещений и т. д. -

невозможна, поскольку заранее неизвестно, при каких значениях частоты следует брать значения  $\eta$  и  $G$  используемых ВП материалов. Таким образом, оценка собственных частот конструкции типового элемента замены (ТЭЗа) проводится путем итераций, где в качестве первого приближения принимается собственная частота ТЭЗа без покрытия.

Пример. ТЭЗ залит слоем полиуретана  $H_2=6.25$  мм, плотностью  $\rho_2=0.5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , имеющего коэффициент Пуассона  $\nu_2=0.45$ . Плата из СТФ размерами  $140 \times 140 \times 1.0$  мм закреплена в соответствии с кодом 3030 [см. 7, табл.6]. На плате размещены ЭРЭ и МС с коэффициентом заполнения  $K_v=0.8$  и общей массой 50 г. Модуль упругости СТФ  $E=3.02 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$ , плотность  $\rho_1=2.05 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , коэффициент Пуассона  $\nu_1=0.22$ . Коэффициент механических потерь СТФ  $\eta_1=0.05$ . Температура среды  $40^\circ\text{C}$ .

Требуется определить коэффициент механических потерь конструкции.

Решение. Исходной величиной при определении  $\eta$  является начальное демпфирование  $\eta_n$ , которое, в свою очередь, зависит от  $f_0$  платы, вычисляемой в первом приближении без учета заливки компаунда по зависимости

$$f_0 = \frac{\pi}{2} K \left[ \frac{D_n}{m_n} \left( \frac{l}{a^4} + \frac{m}{a^2 b^2} + \frac{n}{b^4} \right) \right]^{1/2} = 178 \text{ Гц}$$

Здесь в соответствии с кодом 3030 коэффициенты таковы:  $K=0.58$ ;  $l=16$ ;  $m=8$ ;  $n=3$ .

Входящая в (5.10) цилиндрическая жесткость платы без заливки

$$D_n = E_1 H^3 / 12 (1 - \nu_1^2) = 2,52 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Поверхностная плотность платы с учетом массы присоединенных ЭРЭ

$$m_n = \rho_1 H_1 + m_3 / (a \cdot b) = 4,6 \text{ кг}$$

Таким образом, начальное демпфирование  $\eta_n = 1 / \sqrt{178} = 0,076$ .

Поправка на влияние присоединенной массы внешнего ВП слоя вводится путем оценки поверхностной плотности покрытия с учетом  $K_v$  по зависимости (5.9), позволяющей оценить эффективную толщину ВП покрытия  $H_2' = H_2 K_v = 0,5 \cdot 10^3$ , что соответствует поверхностной плотности  $m_{вп} = 0,5 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 2,5 \text{ кг}$ .

Следовательно, общая поверхностная плотность ТЭЗа будет  $m_2 = 7,1 \text{ кг}$ .

Для дальнейших расчетов находим на графике рис.5.2, значение динамического модуля упругости  $E_2=1.5 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2$  и коэффициента потерь  $\eta_2=0.33$  при температуре  $40^\circ\text{C}$  и собственной частоте, принимаемой в первом приближении равной 200 Гц.

В соответствии с (5.8) цилиндрическая жесткость ТЭЗа будет

$$D_T = 2,52 + \frac{1,5 \cdot 10^8 \cdot 25 \cdot 10^{-9}}{12(1 - 0,45^2)} + 15 \cdot 10^8 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \left( \frac{3 \cdot 10^{-3}}{1 + 15 \cdot 10^8 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} \right)^2 \left( 1 + \frac{1,5 \cdot 10^8 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{3,02 \cdot 10^{10} \cdot 1 \cdot 10^{-3}} \right) = 5,12 \text{ Нм},$$

где  $H_{21} = 0,5(1,0 + 5,0) \cdot 10^{-3} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$

Таким образом, собственная частота залитого ТЭЗа  $f_{ТЭЗ} = 204 \text{ Гц}$ , следовательно, второго приближения не требуется, поскольку характеристики ВП покрытия определялись для частоты 200 Гц. При расхождении более чем на 5% следует производить пересчет с учетом новых характеристик покрытия.

Оценка коэффициента механических потерь ТЭЗа по (5.3) требует вычисления коэффициента использования демпфирующих свойств по (5.4):

$$A = \frac{2,48 \cdot 10^{-2} [12 \cdot 3^2 + (1 + 2,48 \cdot 10^{-2}) \cdot 5^2]}{(1 + 2,48 \cdot 10^{-2}) [(1 + 2,48 \cdot 10^{-2})(1 + 2,48 \cdot 10^{-2} \cdot 3^2) + 12 \cdot 2,48 \cdot 10^{-2} \cdot 3^2]} = 0,835,$$

где  $K_2 = 2,48 \cdot 10^{-2}$ ;  $n_{21} = 3$ ;  $n_2 = 5$ .

Таким образом, полный коэффициент потерь для ТЭЗа

$$\zeta_{ТЭЗ} = 0,076 + (0,33 + 0,05) \cdot 0,835 = 0,315.$$

Сравнение результатов расчетов для диапазона частот внешнего воздействия 80-200 Гц позволяет утверждать, что применение ВП покрытий с мягким внешним ВП слоем эффективно только в области, близкой к резонансной частоте; при этом демпфирующая способность конструкции возрастает пропорционально толщине покрытия до предельного значения, примерно до  $H_2/H_1 = 10 \div 12$ .

## 5.2 Печатные платы с внутренним ВП слоем

В основу расчетной модели трехслойной платы с мягким внутренним ВП слоем (рис.5.5) положено выражение для оценки коэффициента механических потерь, учитывающее деформации изгиба, сдвига и растяжения-сжатия в виде

$$\zeta = \frac{\zeta_1 W_1 + \zeta_2 W_2 + \zeta_3 W_3}{W_1 + W_2 + W_3} \quad (5.10)$$

где  $\eta_1$ ,  $\eta_2$  и  $\eta_3$  - коэффициенты потерь в каждом из слоев;  $W_1$ ,  $W_2$  и  $W_3$  - потенциальная энергия в каждом из слоев, включающая и энергию от всех видов деформации.

Выражение (5.10) можно существенно упростить, если принять, что энергия колебаний платы определяется главным образом деформациями изгиба в несущих слоях  $H_1$  и  $H_3$  и что демпфирующие свойства конструкции определяются свойствами вибропоглощающего слоя [4]. Тогда можно использовать

полученное в (5.2) выражение для коэффициента механических потерь в виде

$$\delta = \delta_H + \frac{\delta_2 - \delta_1}{1 + (W_1 + W_2)/W_0} = \delta_H + (\delta_2 - \delta_1)A \quad (5.11)$$

Первое слагаемое  $\delta_H = f_0^{-\eta/2}$  определяет начальное демпфирование, а коэффициент  $A$  зависит от формы колебаний печатной платы. Для колебаний балочной формы, т.е. когда при изгибных колебаниях любая точка платы принадлежит цилиндрической поверхности,  $\eta$  имеет наибольшее значение и множитель  $A$  определяется из выражения

$$A = \frac{Yg_x(1+K_3)}{1+g_x(1+K_3)(2+Y)+g_x^2(1+K_3)^2(1+Y)}, \quad (5.12)$$

в котором обозначенное через  $Y$  соотношение является параметром, зависящим только от геометрических размеров конструкции:

$$Y = \frac{12K_3h_{31}}{(1+K_3)(1+K_3H_3^2)}. \quad (5.13)$$

При этом для простоты приняты обозначения

$$K_3 = E_3H_1/(E_3H_3); \quad h_{31} = H_{31}/H_1; \quad H_{31} = 0,5(H_1 + H_2 + H_3).$$

Для мембранной формы колебаний, когда на поверхности колеблющейся платы имеется одна или несколько точек с экстремальными прогибами, коэффициент использования демпфирующих свойств

$$A = \frac{0,5Y C_3 g_x (1+K_3 C_3) (1-\nu_1)}{C_3^2 + g_x C_3 (1+K_3 C_3) (2+Y) + g_x^2 (1+K_3 C_3)^2 (1+Y)}, \quad (5.14)$$

где геометрический параметр

$$Y = \frac{12K_3\beta_{31}^2 C_3}{(1+K_3 C_3)(1+K_3 C_3 \beta_{31}^2)}. \quad (5.15)$$

Здесь  $\beta_{31} = h_{31}/H_1; \quad C = (1+\nu_1)/(1+\nu_3).$

Используемый в (5.12) и (5.14) параметр сдвига  $g_x$ , учитывающий влияние промежуточного слоя на жесткость конструкции, определяется выражением

$$g_x = \frac{G_2' \sqrt{1+\delta_2^2}}{K_{30} H_2 P}, \quad (5.16)$$

где  $K_{30} = E_3 H_3 / (1-\nu_3)$ ;  $\eta_2$  – коэффициент механических потерь в демпфирующем слое;  $P$  – волновое число, определяемое для колебаний балочной формы из условия  $P_y=0$ , при этом  $P=P_x$  и зависит только от характера закрепления сторон платы (находится по [4, табл.5]).

Для мембранной формы принимается условие  $P_x = P_y$ , в этом случае  $P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2}$ , где  $P_x = (\tau f)^{1/2} \left(\frac{m}{D}\right)^{1/4}$ ;  $f$  – собственная частота платы.

Динамический модуль упругости второго рода  $G_2'$ , зависящий от  $t^\circ$  и  $f$ , определяется по соответствующим таблицам или графикам. Если известно значение динамического модуля упругости первого рода, то полезно учесть соотношение  $G_2' = E_2' / 2(1 + \nu_2)$ .

Оценка цилиндрической жесткости трехслойной конструкции, необходимая для определения собственной частоты ТЭЗа, проводится по формуле

$$D = 2 \frac{E_1 H_1^3}{12(1 + \nu_1^2)} + \frac{E_2 H_2^3}{12(1 + \nu_2^2)} + \frac{g_x H_3^2 K_3}{1 + g_x(1 + K_3 C_3)} \quad (5.17)$$

значения входящих в (5.17) коэффициентов определены выше.

Масса единицы площади трехслойной конструкции

$$m_n = 2\rho_1 H_1 + \rho_2 H_2 + m_3 / S_n \quad (5.18)$$

где  $m_3$  - масса присоединенных ЭРЭ;  $S_n$  - площадь платы.

Как и в расчете ТЭЗа с внешним ВП слоем, оценка собственной частоты трехслойной конструкции в первом приближении делается исходя из жесткости двух связанных несущих пластин.

Из анализа частной производной от коэффициента механических потерь  $\eta$  по параметру сдвига следует  $g_x$ , что при определенном оптимальном  $g_x$  значение  $\eta$  достигает максимума [4].

Таким образом, для выражения (5.14)

$$g_{opt} = \frac{1}{(1 + K_3) [(1 + \gamma)(1 + b_2^2)]^{1/2}} \quad (5.19)$$

Используя (5.19), можно найти толщину ВП слоя, при которой  $H_2$  для всей конструкции примет оптимальное значение:

$$H_{2opt} = G_2' \sqrt{1 + b_2^2} / [E_3 H_3 \pi f (m/D)^{1/2}] \quad (5.20)$$

Следует иметь в виду, что оптимальное значение  $H_{2opt}$  будет соответствовать только определенной частоте  $f$ , поскольку расчеты проводились для параметров  $\eta_2$  и  $G_2'$ , взятых при заданных  $t^\circ$  и  $f$ .

Пример. На плате размерами 150x220 мм, выполненной из двух пластин СТФ толщиной  $H_1 = H_3 = 1$  мм, плотностью  $\rho_1 = \rho_3 = 2.05 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, с модулем упругости  $E_1 = E_3 = 3.02 \cdot 10^{10}$  Н/м<sup>2</sup>, коэффициентом Пуассона  $\nu_1 = \nu_3 = 0.22$  и начальным демпфированием  $\eta_n = 0.02$ , равномерно расположены ЭРЭ и МС общей массой 0.1 кг. Пластины соединены ВП слоем изобутилена толщиной  $H_2 = 0.1$  мм, плотностью  $\rho_2 = 1.1 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup> и с коэффициентом  $\nu_2 = 0.3$ . ТЭЗ работает при температуре 40°C.

Решение. Для определения собственной частоты ТЭЗа вычисляем первоначальную общую поверхностную плотность

$$m_{\text{п}} = 7,17 \text{ кг.}$$

Первое приближение для  $f$  ТЭЗа находим без учета влияния ВП слоя на цилиндрическую жесткость, при этом  $D$  определяется по удвоенной толщине пластин в предположении, что они жестко связаны:

$$D = 3,02 \cdot 10^{10} (2 \cdot 10^{-3})^3 / [12(1 - 0,22^2)] = 20,96.$$

С учетом значений  $K=0,58$ ;  $l=16$ ;  $m=8$  и  $n=3$ , определяемых по [7, табл.6], в соответствии с кодом закрепления 3030 и определенных выше  $D$  и  $m_{\text{п}}$ , получаем

$$f^{(1)} = \frac{\pi}{2} 0,58 \sqrt{\frac{20,96}{7,17} \left( \frac{16}{0,2254} + \frac{8}{0,225^2 \cdot 0,15^2} + \frac{3}{0,154} \right)} = 215 \text{ Гц.}$$

Найденное значение собственной частоты 215 Гц является исходным для оценки характеристик ВП слоя, которые определяются интерполированием по графику рис.5.3. Таким образом, динамический модуль упругости

$$G' = \left[ 1,1 + \frac{1,1 - 1,1}{400 - 200} (215 - 200) \right] 10^6 = 1,145 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$$

и коэффициент механических потерь  $\eta_2 = 1,18 + \frac{1,33 - 1,18}{20} \cdot 15 = 1,19.$

Для вычисления действительного значения собственной частоты трехслойной платы находим по (5.16) фактор сдвига  $g_x = 2,06$ , где

$$K_{3p} = 3,145 \cdot 10^7;$$

при этом волновое число  $P_x = P_y = (\pi \cdot 215)^{1/2} (7,17/20,96)^{1/4},$

откуда  $P = \sqrt{2P_x^2} = 27,35.$

Оценив  $g_x$ , находим по (5.17) цилиндрическую жесткость.

Получаемое второе приближение для собственной частоты  $f^{(2)} = 219$  Гц уже не нуждается в уточнении, поскольку  $f^{(1)} \approx f^{(2)}$ , и, таким образом, найденные значения  $\eta_2$  и  $G_2'$  можно использовать в дальнейших расчетах. Для оценки коэффициента использования демпфирующих свойств  $A$  определяем геометрический фактор

$$Y = 12 \cdot 1 \cdot 1,05^2 / 2 \cdot 2,1 = 3,22,$$

$$A = \frac{0,5 \cdot 3,22 \cdot 2,06 \cdot 2 \cdot 1,22}{1 + 2,06 \cdot 2(3,22 + 2) + 2,06^2 \cdot 2(3,22 + 1)} = 0,138.$$

с учетом которого

Следовательно, искомое значение коэффициента механических потерь (КМП) в соответствии с (5.11) будет

$$\eta = 0,0674 + (1,19 - 0,02) 0,138 = 0,228.$$

Для сравнения по (5.20) оцениваем оптимальную для  $f = 215$  Гц толщину ВП слоя

$$H_{2 \text{ опт}} = 0,145 \text{ мм.}$$

Принимая  $H_{2 \text{ ном}} = 0,15$  мм, находим параметр сдвига  $g_x = 1,37$ , коэффициент использования демпфирующих свойств  $A = 0,167$  и

геометрический фактор  $Y=3.23$ .

С учетом  $\eta_{н}$  и  $A$  новое значение КМП

$$Z_{опт} = 0,0674 + (1,19 + 0,02)0,167 = 0,263.$$

Найденное значение является оптимальным, поскольку соответствующие значения  $D$  и  $m_{II}$  вычислены с учетом  $H_{2opt}$  для собственной частоты ТЭЗа  $f=221$ Гц.

## 6. ЗАЩИТА ЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ АМОРТИЗАТОРАМИ

### 6.1 Колебание блока на амортизаторах с сухим трением

Широко используемые амортизаторы с сухим трением типов АФД, АПН и т.п. обладают упругодемпфирующими характеристиками, являющимися функциями координат. Поэтому известное дифференциальное уравнение колебаний одномассовой системы принимает вид

$$m\ddot{x} + f(x) + kx = F(t), \quad (6.1)$$

где  $f(x)$ - функция, выражающая сопротивление движению;

$F(t) = F\sin\Omega t$  - гармоническая возмущающая сила.

Точное решение для сухого трения получается путем замены функции  $f(x)$ , нелинейно зависящей от скорости, эквивалентным выражением  $bx'$ , где  $b$  – эквивалентный коэффициент вязкости, определяемый из условия равенства работы действующей и эквивалентной силы сопротивления за один цикл колебания [8].

Предполагая, что уравнение вынужденных колебаний имеет вид

$$x = A_B \sin(\Omega t + \psi) \quad (6.2)$$

представляем работу сил трения за один цикл

$$W = -4A_B H \quad (6.3)$$

где  $H$ -сила сухого трения;  $A_B$ - амплитуда вынужденных колебаний.

Поскольку эквивалентный коэффициент вязкости  $b$  принимается пропорциональным скорости, то рассматриваемая энергия

$$W = -\pi b A_B^2 \omega_0 \quad (6.4)$$

Сопоставляя (6.3) и (6.4) получаем величину эквивалентного коэффициента вязкости

$$b = \frac{4H}{\pi A_B \omega_0} \quad (6.5)$$

Выразим далее амплитуду вынужденных колебаний через статический прогиб  $x_{ст} = F/k$  и коэффициент динамичности для сухого трения  $\nu$ :



$$A_b = X_{cm} v = \frac{F}{K} \frac{1}{\sqrt{(1-b^2)^2 + \varepsilon_{экв}^2 b^2}}, \quad (6.6)$$

где  $\varepsilon_{экв} = h/h_{кр}$  - эквивалентный показатель затухания;  $h = \frac{6\omega_0^2}{2K}$ .

С учетом (6.5) второе слагаемое в подкоренном выражении (6.6)

$$\varepsilon_{экв}^2 b^2 = \left( \frac{4H}{\pi A_b K} \right)^2,$$

после чего (6.6) приводится к виду

$$A_b = \frac{F}{K} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1-b^2)^2 + \left( \frac{4H}{\pi A_b K} \right)^2}} = \frac{F}{K} \frac{\sqrt{1 - \left( \frac{4H}{\pi A_b K} \right)^2}}{|1-b^2|}. \quad (6.7)$$

Таким образом, коэффициент динамичности при наличии сухого трения

$$v = \sqrt{1 - \left( \frac{4H}{\pi F} \right)^2} / |1-b^2| \quad (6.8)$$

что соответствует введению поправочного коэффициента

$$\sqrt{1 - \left( \frac{4H}{\pi F} \right)^2} \quad (6.9)$$

к известному выражению для коэффициента динамичности  $\gamma$  при отсутствии затухания. Важно отметить, что  $v$  будет иметь действительное значение только при условии положительного подкоренного выражения, т. е. если

$$H/F < \pi/4 \quad (6.10)$$

Мнимое значение выражения соответствует заклиниванию амортизатора (отсутствию колебаний амортизирующего блока), что возникает при существенном превышении силы сухого трения  $H$  над действующей на заданной частоте инерционной силой  $F$ .

Пример. Блок массой  $m=30.7$  кг установлен на четырех амортизаторах типоразмера АФД-8, с коэффициентом жесткости  $K=50$  Н/мм, настроенных на постоянную силу трения  $H = 6$  Н. Перегрузки, действующие на основание, заданы в табл.6.1. Требуется построить зависимость  $v(\eta)$  для амортизированного блока.

Решение. На каждый амортизатор приходится доля массы блока  $m' = m/4 = 7,67$  кг. Собственная частота блока на амортизаторах при суммарной жесткости системы амортизации  $K_{\Sigma} = 4K = 200$  Н/мм;  $f_0 = 12.7$  Гц.

Оценки перемещения основания  $\zeta_{осн}$ , коэффициента динамичности  $\gamma$  при отсутствии затухания и при соответствующей этому условию перегрузки блока  $j_{бл}$ , приведенные в табл.6.1, получены по зависимостям

$$\zeta_{осн} = 250 j_{осн} / f_0^2 ; \quad \gamma = 1 / |1-b^2| ; \quad j_{осн} = j_{осн} \gamma.$$

Принимаем в первом приближении, которое может быть уточнено итерационными расчетами, что на каждый амортизатор действует инерционная сила  $F' = m' j_{осн}$ , что дает возможность определить по (6.8) коэффициент динамичности  $\nu$  и перемещение блока  $A_6 = \zeta_{осн} \nu$ , на каждой из фиксированных частот внешнего воздействия (см. табл.6.1).

Следует отметить, что в области частот превышающих 60..70 Гц, возникает в соответствии с условием (6.10) заклинивание, а в околорезонансной области возможны существенные усилия.

Таблица 6.1

Частота возмущающей силы $f_6$ , Гц	10	18	30	50	100
Перегрузка основания $j_{осн}$	0,1	0,4	0,8	1,5	2,0
Перемещение основания $\zeta_{осн}$ , мм	0,25	0,23	0,22	0,15	0,05
Расстройка $\zeta$	0,786	1,417	2,358	3,93	7,86
Перегрузка блока $j_{бл}$	0,262	0,396	0,173	0,1	0,032
Коэффициент динамичности $\nu$	2,62	0,99	0,219	0,069	0,016
Результаты расчетов:					
Инерционная сила $F'$	2,0	7,67	1,32	0,767	0,245
$(4H/\pi F')^2$	0,145	0,01	0,334	0,992	9,72
Коэф. динамичн. при сухом трении $\nu$	2,42	1,0	0,178	$6,14 \cdot 10^{-3}$	Заклин.
Перемещение блока $A_6$ , мм	0,605	0,23	0,039	$0,3 \cdot 10^{-3}$	Заклин.

## 6.2 Проволочные амортизаторы

В настоящее время для защиты электронной аппаратуры от вибраций применяют проволочные элементы из металлорезины (МР), являющейся механическим аналогом резины, но обладающей более широким диапазоном полезных свойств. МР изготавливается из нержавеющей проволоки типа ЭИ 708 А. К достоинствам МР относятся: высокая демпфирующая способность, превышающая диссипативные свойства резины, при большом диапазоне упругости и возможность управления основными механическими параметрами амортизаторов при неизменных габаритах детали. Кроме того, этот материал устойчив к действию высоких температур и агрессивных сред и имеет практически неограниченный срок хранения.

Недостатками МР являются анизотропия механических свойств и способность к виброуплотнению при значительных перегрузках.

Сложность структуры МР пока не позволяет создать общую теорию расчета амортизаторов, поэтому для инженерных расчетов применяются полуэмпирические методы. В их основу положено представление о том, что прессованные проволочные элементы являются линейными упругими системами, работающими в условиях циклического нагружения.

При вибрациях внешняя механическая нагрузка на амортизаторы состоит из переменной и постоянной составляющих. Это статическая нагрузка от предварительного поджатия и веса прибора и переменная вибрационная нагрузка. Для выражения соотношений между двумя компонентами нагрузки используют нагрузочные отношения  $R$  и амплитудные отношения  $A$ :

$$R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}, \quad A = \sigma_a / \sigma_{\text{ср}}, \quad (6.11)$$

где  $\sigma_{\min}$  – минимальное напряжение;  $\sigma_{\max}$  – максимальное напряжение;  $\sigma_a$  – амплитуда переменного напряжения;  $\sigma_{\text{ср}}$  – среднее напряжение.

Поскольку кривая Веллера (см.рис.3.2) применяется в основном при анализе симметричных циклов напряжений, то представляется более удобной методика, использующая всю область значений  $A$  и  $R$  (рис.6.1). Этот суммарный график, называемый диаграммой Кристьянсена [6], построен по группе кривых Веллера, полученных при различных соотношениях постоянной и переменной нагрузок. На графике представлены линии постоянной величины  $R$  и семейство кривых равной вероятности отказов для чисел циклов  $10^4$ ,  $10^5$  и т.д. Диаграмма построена для пружинного материала, поэтому ее можно использовать при оценке ресурса проволочных амортизаторов.

Пример. Провести оценку ресурса кубических проволочных амортизаторов, на каждый из которых приходится масса  $M=0,5$  кг. Предварительное поджатие амортизатора  $m = 5$  Н. Размер ребра кубического амортизатора 8 мм. Масса одного амортизатора  $m'=0,35$ г. Диаметр проволоки  $d = 0,005$  см. Диаметр спирали навивки  $D=0,085$  см. Плотность нержавеющей стали  $\gamma = 7,8$  г/см<sup>3</sup>.

Представляя зависимость для оценки массы амортизатора в виде

$$m' = L \pi \gamma d^2 / 4, \quad (6.12)$$

Получаем соотношение для определения длины проволоки

$$L = 4m' / (\pi d^2 \gamma) = 2285 \text{ см}.$$

После этого определяем число витков спирали в амортизаторе

$$n = L / D = 8557 \text{ витков}$$

Принимаем, что витки спирали ориентированы в кубике равномерно, тогда в каждом направлении, перпендикулярном грани кубика, будет располагаться 1/3 витков или  $n/3=2852$  витков.

Согласно упрощенной модели напряженного состояния, максимальным циклическим нагрузкам в плоскости витка спирали подвергаются сечение S-S. Площади этих сечений

$$S = \pi d^2 / 4 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2.$$

Суммарная площадь, на которую приходится нагрузка по всему кубу,  $S_{\Sigma} = 2Sn / 3 = 0,114 \text{ см}^2.$

В общем случае к амортизатору приложена постоянная  $F_{cp}$  и переменная  $F_a$  составляющие. При действии на прибор виброперегрузки 40g на частоте 3 кГц числовые значения сил составляют:

$$F_a = 40g \frac{M}{4g} = 50 \text{ Н} \quad F_{cp} = M + m = 10 \text{ Н}.$$

Соответствующие напряжения в витках спирали

$$\sigma_a = \frac{5}{0,114} = 43,85 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2; \quad \sigma_{cp} = \frac{1}{0,114} = 8,87 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2.$$

Таким образом, по графику рис.6.1 получаем среднее число циклов до разрушения  $N=10^7$  ц. Учитывая, что амортизатор работает на частоте 3 кГц, получаем среднее время до разрушения

$$T = N / f = 3,25 \text{ з.}$$

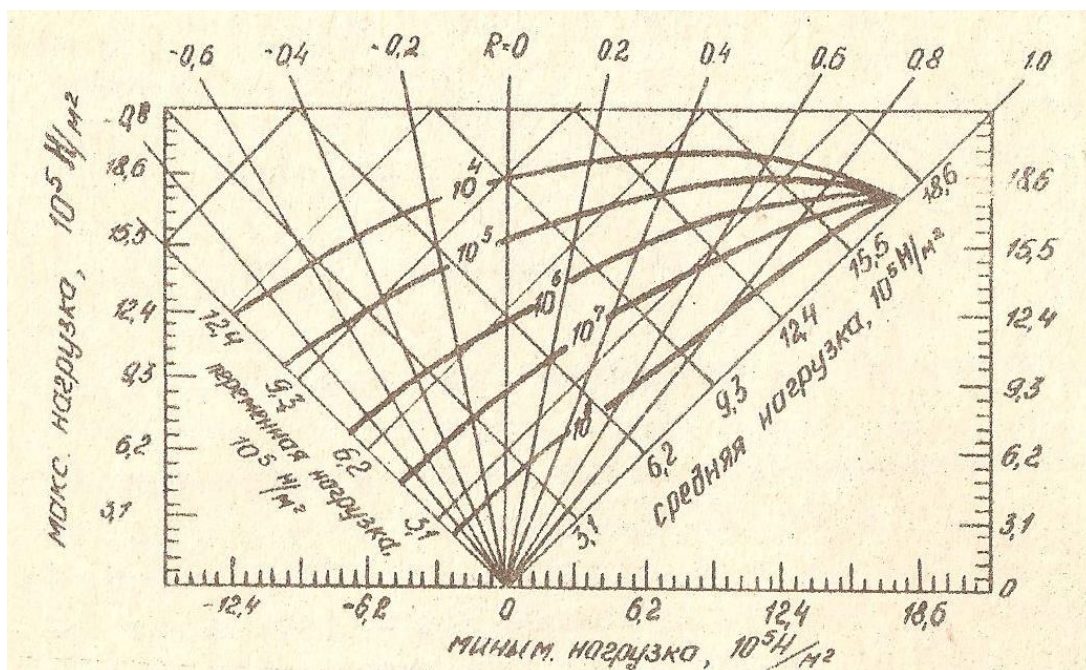


Рис.6.1. Диаграмма Кристыенсена

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Приборы и системы для измерения вибрации, шума и удара: Справочник: В 2 кн./Под ред. В. В. Клюева. - М.: Машиностроение, 1978. - 447 и 439 с.
2. Колесников А. Е. Акустические измерения. – Л.: Судостроение, 1983. - 256 с.
3. Лепендин Л. Ф. Акустика. - М.: Высшая школа, 1978. - 448 с.
4. Талицкий Е. Н. Защита от механических воздействий. - Владимир: ВПИ, 1979. - С.39-64.
5. Корн Г. и Корн Т. Справочник по математике. - М.: Наука, 1977. - 831 с.
6. Фидерер Л. Учет динамических факторов при определении надежности электронной аппаратуры.//Микроэлектроника и надежность. - 1975. - Т.14, № 2. - С. 173-193.
7. Чеканов А. Н. Расчеты конструкций ЭВА и РЭА на механические воздействия. - М.: МВТУ, 1980. - С. 16-17.
8. Яблонский А. А., Норейко С. С. Курс теории колебаний. - М.: Высшая школа, 1975. - 225 с.
9. Токарев М. Ф., Талицкий Е. Н., Фролов В. А, Механические воздействия и защита электронной аппаратуры. - М.: Радио и связь, 1984. – 224 с.