

Московский государственный технический университет  
им. Н. Э. Баумана

В. Г. Алексеев, Ю. И. Нестеров

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ  
ПРОИЗВОДСТВА ЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ**

Издательство МГТУ  
1993

Московский государственный технический университет

им. Н. Э. Баумана

В. Г. Алексеев, Ю. И. Нестеров

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ  
ПРОИЗВОДСТВА ЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ

Издательство МГТУ

1993

Московский государственный технический университет

им. Н.Э.Баумана

В.Г.Алексеев, Ю.И.Нестеров

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ  
ПРОИЗВОДСТВА ЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ

Методические указания для проведения практических занятий по курсу  
"Автоматизация конструкторско-технологического проектирования  
электронных вычислительных средств"

Издательство МГТУ

1993

ББК 32.817

А47

Рецензент Г.Р.Сагателян

А47 Алексеев В.Г., Нестеров Ю.И. Моделирование технологических процессов производства электронной аппаратуры.- Методические указания для проведения практических занятий по курсу "Автоматизация конструкторско - технологического проектирования электронных вычислительных средств. М.: Изд-во МГТУ, 1992. - 48 с., ил.

ISBN 5-7038-0981-9

Изложены методы моделирования и оптимизации технологических процессов производства электронной аппаратуры с использованием моделей систем массового обслуживания. Приведены примеры построения математических моделей конкретных технологических объектов.

Для студентов специальности "Автоматизация конструкторско-технологического проектирования ЭВС и РЭС".

Табл. 8. Ил. 2. Библиогр. 10 назв.

ББК 32.817

ISBN 5-7038-0981-9.  
1993.

(с) МГТУ им. Н.Э.Баумана

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Раздел "Моделирование технологических процессов производства электронной аппаратуры" входит как составная часть в дисциплину "Автоматизация конструкторско-технологического проектирования электронно-вычислительных систем". Цель изучения данного раздела - выработка практических навыков построения математических моделей а также оптимизация технологических процессов (ТП) производства электронной аппаратуры (ЭА) на основе этих моделей. Как правило, моделирование ТП выполняют на метауровне.

Многие технологические процессы производства ЭА могут быть описаны моделями систем массового обслуживания (СМО). Примерами таких процессов являются [1, 2]: сборочно-монтажные работы радиотехнического производства, контрольные операции на участках серийного производства, работы по обслуживанию и наладке автоматизированного и роботизированного производства. Они характеризуются тем, что имеется, во-первых, случайный поток событий (заявок), поступающих на обслуживание и, во-вторых, операция (канал) обслуживания (обработки), на выполнение которой требуется разное случайное время.

В автоматизированной системе технологической подготовки производства (АСТП) при разработке ТП и выборе их рациональных режимов необходимо иметь возможность анализа СМО при различных характеристиках входах потоков и каналов обслуживания, а также изменяемых начальных условиях работы системы.

### 1. Моделирование ТП, представленного в виде одноканальной СМО

#### Описание схемы одноканальной СМО

Для построения математических моделей ТП как СМО необходимо описать входной поток однородных событий, дисциплину очереди заявок и механизм обслуживания. В качестве исследуемого технологического объекта рассмотрим систему контроля статических параметров цифровых интегральных схем (ЦИС), структурная схема которой представлена на рис. 1.

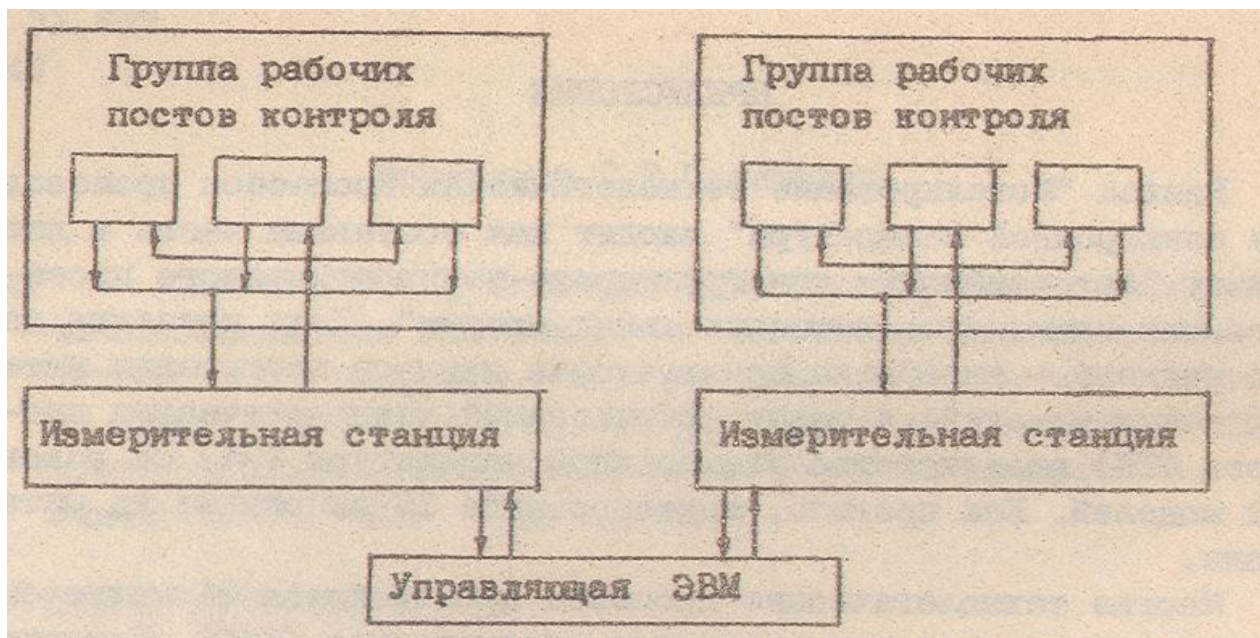


Рис. 1. Структурная схема системы контроля статических параметров ЦИС

Система работает в режиме разбраковки и классификации ЦИС по группам, максимальное число которых равно 10, с выпечатьиванием результатов испытаний по каждому тесту. Максимальное число тестов для ЦИС равно 100, а количество ЦИС не превышает 20 шт.

Система обеспечивает:

- 1) автоматический контроль электрических параметров ЦИС в корпусе или на пластине;
- 2) автоматическую классификацию одной из 10 классификационных групп;
- 3) автоматическое управление загрузочно-погрузочными и контактными устройствами, а также устройствами зондового контроля.

Управляющая ЦВМ "Электроника К-200" в режиме разбраковки и классификации ЦИС передает тестовые комбинации из памяти ЭВМ через регистр обмена на блоки программных источников питания измерительной станции, принимает сигналы готовности рабочих постов, сигналы прерывания работы станции и сигнал "годен - негоден" по каждому тесту. Время прохождения одного теста складывается из времени, необходимого для коммутации рабочего поста, времени измерения и работы управляющей программы.

С учетом того, что измерительная станция в каждый момент времени может работать только с одним постом контроля, в данном случае имеет место одноканальная система массового обслуживания»

Входной поток определяется интенсивностью подключения рабочих постов к измерительной станции в единицу времени. С некоторым приближением можно считать, что поток подключения рабочих постов к измерительной станции системы стационарен и характеризуется некоторой величиной

$$\lambda(t) = \bar{\lambda} = \lambda = \text{const.}$$

Поток измерений статических параметров ЦИС, выполняемых измерительной станцией, характеризуется некоторой средней величиной интенсивности выполнения измерений

$$\mu(t) = \bar{\mu} = \mu = \text{const.}$$

Если обозначать среднее время работы измерительной станции с постом контроля через  $\tau_0$ , то  $\mu = 1/\tau_0$ . Отношение входного потока подключения рабочих постов к потоку измерений статических параметров ЦИС называется коэффициентом загрузки станции  $\rho$ :

$$\rho = \lambda / \mu$$

Система будет устойчивой, если коэффициент  $\rho < 1$ . В противном случае, т.е. при  $\rho > 1$ , система неустойчива.

В нашем случае мы имеем одноканальную СМО с простейшим входным потоком, экспоненциальным распределением деятельности обслуживания и механизмом обслуживания с ожиданием.

#### Составление размеченного графа состояния системы

Состояние одноканальной СМО удобно графически представить в виде размеченного графа (рис. 2).

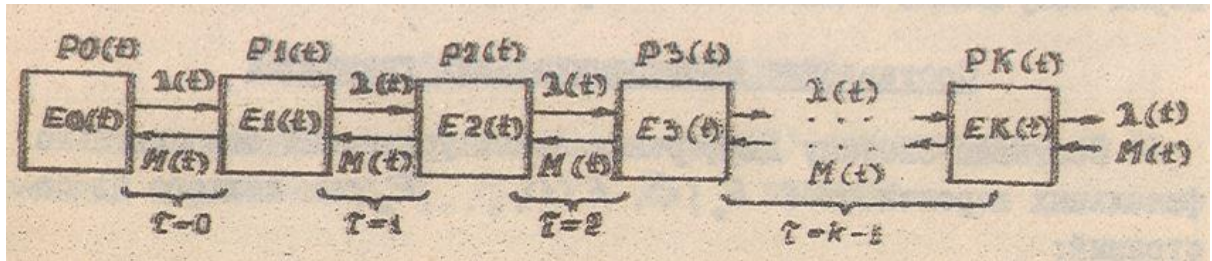


Рис. 2. Одноканальная система массового обслуживания

Для этого составим перечень состояний системы для одноканальной СМО, Обозначим через  $E_0(t)$  состояние, когда измерительная станция свободна, т.е. готовых к работе рабочих постов контроля нет ( $\tau=0$ );  $\tau$ - число готовых к работе постов контроля. Тогда

$E_1(t)$  - измерительная станция работает с одним постом контроля, других готовых к работе постов нет ( $\tau=0$ );

$E_2(t)$  - станция работает с одним постом контроля, второй пост контроля ожидает подключения к станции ( $\tau=1$ );

$E_3(t)$  - станция работает с одним постом контроля, два других поста контроля ожидают обслуживания ( $\tau=2$ );

.....

$E_k(t)$  - станция работает с одним постом контроля, ( $k-1$ ) постов контроля ожидают обслуживания ( $\tau=k-1$ ).

Необходимое условие правомочности применения методов теории массового обслуживания - наличие бесконечного числа состояний (см. рис. 2).

Рассматривая процесс перехода из одного состояния в другое, легко заметить, что переход  $E_k(t) \rightarrow E_{k+1}(t)$  осуществляется под действием  $\lambda(t)$  и, наоборот, переход  $E_k(t) \rightarrow E_{k-1}(t)$  - под действием  $\mu(t)$ .

Кроме того, необходимое условие существования системы - отсутствие перескакиваний через состояние, т.е. прямой и обратный переходы осуществляются последовательно.



Каждое состояние характеризуется некоторой вероятностью своего появления - финальной вероятностью состояния  $P_k(t)$ , которая определяется как отношение числа появлений состояний с очередью определенной длины к общему числу состояний. Очевидно, что сумма финальных вероятностей равна 1, т.е.  $\sum_{k=0}^{\infty} P_k(t) = 1$  Это нормировочное уравнение и служит для проверки получаемых в дальнейшем характеристик системы.

### Составление дифференциальных уравнений

Составим систему дифференциальных уравнений относительно финальных вероятностей  $E_0(t), E(t), \dots, E_k(t)$  каждого из состояний:

$$\begin{aligned} \frac{dP_0(t)}{dt} &= -\lambda(t)P_0(t) + \mu(t)P_1(t); \\ \frac{dP_1(t)}{dt} &= -[\lambda(t) + \mu(t)]P_1(t) + \lambda(t)P_0(t) + \mu(t)P_2(t); \\ \frac{dP_2(t)}{dt} &= -[\lambda(t) + \mu(t)]P_2(t) + \lambda(t)P_1(t) + \mu(t)P_3(t); \\ &\dots \\ \frac{dP_k(t)}{dt} &= -[\lambda(t) + \mu(t)]P_k(t) + \lambda(t)P_{k-1}(t) + \mu(t)P_{k+1}(t). \end{aligned} \quad (I)$$

### Составление алгебраических уравнений

Наличие системы дифференциальных уравнений (I) позволяет получить относительно финальных вероятностей алгебраические уравнения.

Если правые части каждого из уравнений система (I) приравнять к нулю, т.е. равны нулю первые производные, и перейти от текущих значений параметров к их постоянным средним значениям, то получим систему алгебраических уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} -\lambda P_0 + \mu P_1 = 0; \\ -(\lambda + \mu)P_1 + \lambda P_0 + \mu P_2 = 0; \\ -(\lambda + \mu)P_2 + \lambda P_1 + \mu P_3 = 0; \\ -(\lambda + \mu)P_3 + \lambda P_2 + \mu P_4 = 0; \\ \dots \\ -(\lambda + \mu)P_k + \lambda P_{k-1} + \mu P_{k+1} = 0. \end{array} \right. \quad (2)$$

Система (2) позволяет перейти к расчету финальных вероятностей.

### Расчет Финальных вероятностей

Решив каждое из уравнений системы (2) относительно их финальных вероятностей  $P_1, P_2, \dots, P_k$  получим

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 = \frac{\lambda}{\mu} P_0 = \rho P_0; \\ P_2 = \frac{\lambda^2}{\mu^2} P_0 = \rho^2 P_0; \\ \dots \\ P_k = \frac{\lambda^k}{\mu^k} P_0 = \rho^k P_0. \end{array} \right. \quad (3)$$

Эта система дает возможность рассчитать любое  $P_k$  кроме  $P_0$ . Вероятность  $P_0$  можно получить из нормировочного уравнения  $\sum_{k=0}^{\infty} P_k = 1$ , тогда  $\sum_{k=0}^{\infty} \rho^k P_0 = 1$  и  $P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^{\infty} \rho^k}$ . Сумма ряда  $\sum_{k=0}^{\infty} \rho^k = \frac{1}{1-\rho}$ , тогда  $P_0 = 1-\rho$ .

Учитывая это, систему (3) запишем в виде

$$\begin{cases} P_0 = 1 - \rho; \\ P_1 = \rho(1 - \rho); \\ P_2 = \rho^2(1 - \rho); \\ \dots \\ P_k = \rho^k(1 - \rho). \end{cases} \quad (4)$$

Система (4) позволяет получить финальную вероятность любого состояния. Наличие финальных вероятностей дает возможность определить все остальные необходимые параметры системы управления.

Определение среднего числа рабочих постов контроля, ожидающих подключения к измерительной станции

Среднее число рабочих постов контроля в очереди на подключение к измерительной станции определяется как математическое ожидание очередей различной длины, умноженное на соответствующие финальные вероятности.

Не будем рассматривать состояния  $E_1$  и  $E_0$ , так как для них  $\tau = 0$ . Для других состояний можно записать следующие соответствия:

$$\begin{aligned} E_2 &\rightarrow \tau = 1 \rightarrow 1 P_2; \\ E_3 &\rightarrow \tau = 2 \rightarrow 2 P_3; \\ \dots & \\ E_k &\rightarrow \tau = k-1 \rightarrow (k-1) P_k. \end{aligned}$$

Математическое ожидание

$$R = 1 P_2 + 2 P_3 + 3 P_4 + \dots + (k-1) P_k + \dots$$

Подставив значения  $P_2 \dots P_k$  из системы (4), получаем

$$R = \rho^2(1 - \rho)[1 + 2\rho + \dots + (k-1)\rho^{k-2}],$$

, или

$$R = \rho^2(1 - \rho) \sum_{k=2}^{\infty} (k-1)\rho^{k-2}.$$

Так как

$$\sum_{k=2}^{\infty} (k-1)\rho^{k-2} = \frac{1}{(1-\rho)^2},$$

, то

$$R = \rho^2 (1-\rho) \frac{1}{(1-\rho)^2} = \frac{\rho^2}{1-\rho}.$$

Итак, среднее число рабочих постов контроля, ожидающих подключения к измерительной станции

$$R = \frac{\rho^2}{1-\rho}. \quad (5)$$

#### Определение среднего времени простоя каждого рабочего поста

Это время можно определить как математическое ожидание произведения времени простоя каждого рабочего поста в очередях различной длины на соответствующую финальную вероятность его состояния.

Состояние  $E_0$  не рассматриваем, так как  $\tau=0$ . Состояние  $E_1$  соответствует случаю, когда измерительная станция работает только с одним рабочим постом контроля, а другие посты не готовы к работе. Тогда время его подключения к измерительной станции будет определяться временем работы станции с постом контроля  $\tau_0$ :

$$\tau_0 P_1 = \frac{1}{\mu} P_1;$$

В состоянии  $E_2$  ( $\tau=1$ ) общее время занятости второго рабочего поста контроля будет состоять из времени ожидания конца работы измерительной станции с первым постом и времени его работы с измерительной станцией:



$$2\tau_0 P_2 = \frac{2}{\mu} P_2.$$

Аналогично для других состояний  $E_3 \dots E_k$  имеем

$$\begin{aligned} 3\tau_0 P_3 &= \frac{3}{\mu} P_3; \\ \dots & \\ k\tau_0 P_k &= \frac{k}{\mu} P_k. \end{aligned}$$

Тогда среднее время простоя каждого рабочего поста  $T_{\text{пр}}^{\text{ср}}$  можно определить по формуле

$$T_{\text{пр}}^{\text{ср}} = \frac{1}{\mu} P_1 + \frac{2}{\mu} P_2 + \frac{3}{\mu} P_3 + \dots + \frac{k}{\mu} P_k + \dots,$$

ИЛИ

$$\begin{aligned} T_{\text{пр}}^{\text{ср}} &= \frac{1}{\mu} [\rho(1-\rho) + 2\rho^2(1-\rho) + 3\rho^3(1-\rho) + \dots + k\rho^k(1-\rho) \dots] \\ T_{\text{пр}}^{\text{ср}} &= \frac{1}{\mu} \rho(1-\rho)(1 + 2\rho + 3\rho^2 + \dots + k\rho^{k-1}) \\ T_{\text{пр}}^{\text{ср}} &= \frac{\rho(1-\rho)}{\mu} \sum_{k=1}^{\infty} k\rho^{k-1} \\ \sum_{k=1}^{\infty} k\rho^{k-1} &= \frac{1}{(1-\rho)^2}. \end{aligned}$$

$$T_{\text{пр}}^{\text{ср}} = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)}.$$

то

Пример

Пусть интенсивность  $\lambda$  готовых к подключению к измерительной станции рабочих постов контроля составляет 0,66 подключений в секунду, а средняя продолжительность работы измерительной станции с постом контроля  $T_0 = 1,3$ с. Необходимо определить  $R$  и  $T_{пр}^{ср}$ .

1. Определим интенсивность выполнения измерений  $\mu = 1 / \tau_0 = 1 / 1,3 = 0,77$ , тогда коэффициент загрузки системы  $\rho = \lambda / \mu = 0,66 / 0,77 = 0,86$ . Так как  $\rho < 1$ , то данная система- устойчива и можно применить теорию массового обслуживания.

2. Определим среднюю длину очереди рабочих постов контроля для подключения к измерительной станции  $R = \rho^2 / (1 - \rho) = 0,86^2 / (1 - 0,86) \approx 5,3$  постов контроля.

3. Определим финальные вероятности для случая  $k = 7$ :  $P_0 = 1 - \rho = 1 - 0,86 = 0,14$  - с такой вероятностью измерительная станция будет свободна, т.е. готовых к работе рабочих постов контроля нет;

$P_1 = \rho (1 - \rho) = 0,86 * 0,14 = 0,12$  - с такой вероятностью готовый к работе пост контроля не будет подключен к измерительной станции ( $\tau = 0$ );

$$\begin{array}{ll}
 P_2 = \rho^2 (1 - \rho) = 0,86^2 \cdot 0,14 = 0,10 & (\tau = 1); \\
 P_3 = \rho^3 (1 - \rho) = 0,86^3 \cdot 0,14 = 0,086 & (\tau = 2); \\
 P_4 = \rho^4 (1 - \rho) = 0,86^4 \cdot 0,14 = 0,074 & (\tau = 3); \\
 P_5 = \rho^5 (1 - \rho) = 0,86^5 \cdot 0,14 = 0,0636 & (\tau = 4); \\
 P_6 = \rho^6 (1 - \rho) = 0,86^6 \cdot 0,14 = 0,0547 & (\tau = 5); \\
 P_7 = \rho^7 (1 - \rho) = 0,86^7 \cdot 0,14 = 0,047 & (\tau = 6).
 \end{array}$$

4. Определим величину невязки  $\alpha$  вследствие того, что число возможных состояний не равно  $\infty$ , а ограничено семью состояниями.

Если  $\sum_{k=0}^{k=7} P_k = 0,69$ , тогда

$$\alpha = 1 - \sum_{k=0}^{k=7} P_k = 1 - 0,69 = 0,31.$$

Величина невязки показывает, что первые 7 состояний системы являются наиболее вероятными.

5. Определим среднее время простоя поста контроля

$$T_{\text{пр}}^{\text{ср}} = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)} = \frac{0,86}{0,77(1-0,86)} \approx 7,98 \text{ с.}$$

### Контрольные вопросы

1. Как оценить устойчивость одноканальной системы массового обслуживания по коэффициенту загрузки системы?

2. Что представляет собой размеченный граф состояний одноканальной системы массового обслуживания и каковы особенности его построения?

3. Что представляют собой финальные вероятности состояний одноканальной системы массового обслуживания и каковы особенности их определения?

4. Каковы особенности определения основных характеристик одноканальной системы массового обслуживания на основе заданных интенсивностей  $\lambda$  и  $\mu$ ?

### 2. Имитационное моделирование ТП, представленного в виде СМО

В большинстве случаев исследование технологии методом натурального эксперимента неприемлемо по затратам и из-за необходимости вмешательства в производственный цикл [ 2 ]. Поэтому широко используется имитационный подход, основанный на статическом моделировании с применением ЭВМ [ 3 ]. Сущность этого подхода состоит в построении для исследуемого процесса моделирующего алгоритма, который позволяет имитировать функционирование элементов ТП и взаимодействие между ними с учетом статистических характеристик входного потока и канала обслуживания СМО.

Разработка имитационной модели ТП включает ряд этапов [3]:

1. Содержательное описание ТП как СМО. На этом этапе определяют возможные законы распределения и параметры входных потоков, каналов обслуживания, процедуры и механизм обслуживания, формулируют цель моделирования по отношению к показателям эффективности исследуемого технологического объекта ИТО.

2. Построение моделирующего алгоритма и структурной схемы имитационного моделирования.

3. Разработка программных средств имитационного моделирования.

Рассмотрим пример имитационного моделирования системы обслуживания робототехнического комплекса (РТК) производства деталей радиоэлектронной аппаратуры (РЭА) [1].

Заявки на ремонт и наладку четырех компонентов комплекса (станков с программным управлением, промышленных роботов, программных транспортных устройств, управляющих ЭВМ) образуют множество входных потоков однородных событий.

Поскольку функционирование системы связано как с регулярными (плановыми) ремонтами, так и с ремонтами при внезапных отказах технических средств, то в общем случае каждый входной поток следует рассматривать как поток Эрланга с параметром  $v$ .

Итак, необходимо провести расчет и анализ системы обслуживания РТК производства деталей РЭА с использованием имитационного моделирования при постоянных значениях средней плотности потока (математического ожидания числа событий в единицу времени  $\lambda_i$ ), интенсивности обслуживания (среднего числа заявок обслуживаемых в единицу времени) и значениях параметра  $v$  потока Эрланга, равных 0, 1, 10, 50 и 100.

Поток Эрланга - частный случай потока Пальма с ограниченным последствием.



Поток Эрланга, являясь потоком с ограниченным последствием, обладает стационарностью (вероятность того, что в интервале времени от  $t_0$  до  $t - t_0$  наступит  $K$  событий, одна и та же для всех  $t_0$ ) и ординарностью (на интервале от  $t$  до  $t_0 - t$  при  $t \rightarrow 0$   $p \rightarrow 0$  быстрее, чем  $t \rightarrow 0$ , т.е. совмещение двух или более событий в начале моделирования невозможно).

Составим программу имитационного моделирования РТК. Выполнение программ включает в себя три основных этапа.

I. Ввод исходных данных  $L(5)$  массив интенсивностей поступления заявок,  $M(5)$  — массив потерь при ожидании обслуживания»  $T(5)$  - массив интенсивностей обслуживания,  $TO(5)$  - массив параметров потока Эрланга,  $TL(5)$  — число входных потоков,  $LO(5)$  - число значений параметра потока Эрланга,  $M1(5)$  - число экспериментов при имитационном моделировании.

2. Вычисление значений функций потерь и оценки числовых характеристик времени ожидания в зависимости от параметра потока Эрланга; определение  $v$ , при котором потери минимальны.

В программе реализован алгоритм функционирования СМО с ожиданием (в такой системе обслуживаются все заявки в порядке их поступления). Эффективность системы при ограниченном числе каналов определяется требованием минимального времени ожидания или минимальной длины очереди.

3. Вывод результатов на печать:  $K$  - текущее значение номера параметра потока Эрланга;  $L2$  - суммарные потери, связанные с обслуживанием для текущего значения параметра;  $M(13)$ - массив времени ожидания для текущего значения параметра  $K$ .

Текст программы приведен ниже:

```

50 PRINT "ПРОГРАММА ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ"
60 PRINT "МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ"
70 PRINT "РОБОТОТЕХНИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА"
80 PRINT "*****"
85 PRINT
86 PRINT
90 PRINT
100 DIM L(5),M(5),T(5),T0(5),T1(5),L0(5),M1(5)
105 DIM C(5)
110 DIM N(6),L1(6),T2(5,5),T3(5,21),M0(5,6)
120 PRINT "ВВЕДИТЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ВХОДНЫХ ПОТОКОВ"
125 LET L(1)=.2:LET L(2)=.3:LET L(3)=.4:LET L(4)=.5:GOTO 140
130 INPUT L(1),L(2),L(3),L(4)
140 PRINT "ВВЕДИТЕ ВЕЛИЧИНЫ ПОТЕРЬ ПРИ ОЖИДАНИИ ОБСЛУЖИВАНИЯ"
145 LET C(1)=1:LET C(2)=2:LET C(3)=3:LET C(4)=4:GOTO 155
150 INPUT C(1),C(2),C(3),C(4)
155 PRINT "ВВЕДИТЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ОБСЛУЖИВАНИЯ"
156 LET M(1)=1:LET M(2)=1.5:LET M(3)=2:LET M(4)=2.5:GOTO 160
157 INPUT M(1),M(2),M(3),M(4)
160 PRINT "ВВЕДИТЕ ЗНАЧЕНИЯ ПАРАМЕТРА ПОТОКА ЭРЛАНГА"
165 LET N(1)=0:LET N(2)=1:LET N(3)=10:LET N(4)=50:LET N(5)=100
166 GOTO 180
170 INPUT N(1),N(2),N(3),N(4),N(5)
180 PRINT "ВВЕДИТЕ ЧИСЛО ВХОДНЫХ ПОТОКОВ"
185 LET K=4: GOTO 200
190 INPUT K
200 PRINT "ВВЕДИТЕ ЧИСЛО ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРА ПОТОКА ЭРЛАНГА"
205 LET K0=5: GOTO 220
210 INPUT K0
220 PRINT "ВВЕДИТЕ ЧИСЛО ЭКСПЕРИМЕНТОВ"
225 LET N0=4: GOTO 240
230 INPUT N0
240 LET H=1:LET H0=1
250 LET P=5087: LET G=2900

```

```

260 REM "ОБНУЛЕНИЕ МАССИВОВ"
265 FOR K=1 TO K0
270 FOR I2=1 TO I5
280 LET T(I2)=0
290 NEXT I2
300 LET L2=0
310 LET T4=0
320 FOR N=1 TONO
330 FOR I2=1 TO I5
340 LET X=L(I2)
350 LET S=1
370 LET R=G*H0:LET A=R/P
380 LET C1=A-INT(A)
390 LET H0=R-P*INT(A)
400 LET S=S*C1
415 LET E=-1*LOG(S)/X
420 LET T(I2)=T(I2)+E
430 NEXT I2
450 REM "ФОРМИРОВАНИЕ МАССИВА T2(I,I1)"
460 FOR I=1 TO I5
470 LET I1=1
475 LET I6=I5-1
480 FOR J=1 TO I6
490 IF T(I)>T(J) THEN LET I1=I1+1
500 NEXT J
510 LET T2(I,I1)=T(I)
520 NEXT I
530 REM "ДЛИТЕЛЬНОСТЬ ОБСЛУЖИВАНИЯ"
540 FOR I=1 TO I5
550 LET R=G*H:LET A=R/P
560 LET X1=A-INT(A)
570 LET H=R-P*INT(A)
580 LET T1(I)=-1*LOG(X1)/H(1)
590 NEXT I
600 LET T(0)=0: LET T(1)=0: LET T(2)=0
610 LET T(3)=0: LET T(4)=0
620 NEXT I
630 FOR I2=1 TO I5
640 LET R0=T2(I2,1): LET I=I2
650 IF T2(I2,1)>0 THEN LET T(I)=R0
660 NEXT I2
670 IF R0<T4 GOTO 740
680 FOR I2=1 TO I5
690 LET R1=0: LET I=I2
700 IF T2(I2,1)<=0 THEN GOTO 720
710 LET T0(I)=R1: LET T9=T1(I)
720 NEXT I2
730 GOTO 790
740 FOR I2=1 TO I5
750 LET R1=T4-R0: LET I=I2
760 IF T2(I2,1)<=0 THEN GOTO 780
770 LET T0(I)=R1: LET T9=T1(I)
780 NEXT I2
790 FOR I1=2 TO I5

```



```

800 FOR I2=1TOI5
810 LET T5=T2(I2,I1):LET I=I2
820 IF T2(I2,I1)<=0 THEN GOTO 890
830 LET T(I)=T5: LET T6=T1(I)
840 LET T7=R0+R1+T9-T5
850 LET T0(1)=0
860 IF T7>0 THEN LET T0(I)=T7
870 LET T8=T0(I): LET R0=T5
880 LET T9=T6: LET R1=T8
890 NEXT I2
900 NEXT I1
910 LET T4=R0+R1+T9: LET S=0
920 FOR I=1 TO I5
930 LET T3(I,N)=T0(I)
935 LET S=S+C(I)*L(I)*T0(I)
780 NEXT I
950 LET L2=L2+S
960 NEXT N
970 FOR I=1TOI5
980 LET S=0
990 FOR N=1TON0
1000 LET S=S+T3(I,N)
1010 NEXT N
1020 LET M1(I)=S/N0
1040 NEXT I
1050 PRINT K, L2
1055 PRINT M1(1),M1(2),M1(3),M1(4)
1060 NEXT K
1070 STOP:END

```

ПРОГРАММА ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ  
 МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ  
 РОБОТОТЕХНИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА

\*\*\*\*\*  
 ВВЕДИТЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ВХОДНЫХ ПОТОКОВ  
 ВВЕДИТЕ ВЕЛИЧИНЫ ПОТЕРЬ ПРИ ОЖИДАНИИ ОБСЛУЖИВАНИЯ  
 ВВЕДИТЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ОБСЛУЖИВАНИЯ  
 ВВЕДИТЕ ЗНАЧЕНИЯ ПАРАМЕТРА ПОТОКА ЭРЛАНГА  
 ВВЕДИТЕ ЧИСЛО ВХОДНЫХ ПОТОКОВ  
 ВВЕДИТЕ ЧИСЛО ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРА ПОТОКА ЭРЛАНГА  
 ВВЕДИТЕ ЧИСЛО ЭКСПЕРИМЕНТОВ

1	424.7836		
24.68697	25.53796	26.32169	27.17486
2	736.054		
43.74955	44.8912	47.36278	45.74677
3	495.4457		
31.81986	32.42374	34.51183	28.3145
4	407.9363		
27.93902	28.67832	29.57109	21.85199
5	689.9939		
46.78889	47.55499	49.08265	37.85427

СТОП СТР. 1070

### 3. ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ИМИТАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ ТП ПРОИЗВОДСТВА ЭА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПМДС

Пакет прикладных программ моделирования дискретных систем (ПМДС) реализован с использованием алгоритмического языка пл/1 в среде системы виртуальных машин ЕС [4-6].

Пакет ПМДС построен в предположении, что моделью ИТО является описание ее элементов и логических правил их взаимодействия между собой в процессе функционирования моделируемой системы.

Основой ПМДС являются программы, описывающие функционирование выделенного конечного набора объектов модели, и специальная диспетчеризирующая программа - симулятор, которая выполняет следующие функции: обеспечение заданных сообщений, называемых далее транзактами; планирование событий, происходящих в модели, путем регистрации времени наступления каждого события и выполнения их в нарастающей временной последовательности; регистрация статистической информации о функционировании модели; продвижение модельного времени в процессе моделирования системы.

Динамическими объектами являются транзакты, которые представляют собой единицы исследуемых потоков и производят ряд определенных действий, продвигаясь по фиксированной структуре.

Операционные объекты (блоки) задают логику функционирования модели системы и определяют пути движения транзактов между объектами аппаратной категории.

Объекты аппаратной категории - это абстрактные элементы (устройства памяти, логические ключи), на которые может быть декомпозировано оборудование реального ИТО (системы). Воздействуя на эти объекты, транзакты могут изменять их состояние и влиять на движение других транзактов.

В качестве объектов вычислительной категории введены арифметические и булевские переменные и функции, которые служат для описания таких ситуаций в

процессе моделирования, когда связи между компонентами ИТО наиболее просто и компактно выражаются в виде математических (аналитических и логических) соотношений.

К статистическим объектам относятся очереди и таблицы, вводимые для оценки характеристик поведения системы.

В процессе моделирования системы одни объекты взаимодействуют с другими, в результате чего происходят изменения атрибутов и преобразования их арифметических или логических значений. Такие преобразования называются событиями.

Транзакты моделируют прохождение по системе соответствующих единиц исследуемого потока. Такое движение может быть разбито на цепь элементарных событий, происходящих в определенные моменты времени. Основной задачей симулятора ПМДС является определение моментов наступления этих событий во времени, расположение их в правильной временной последовательности и выполнение соответствующих действий при наступлении каждого события.

Чтобы обеспечить правильную последовательность обработки событий во времени, в симуляторе ПМДС имеются "системные часы", хранящие значение абсолютного времени модели.

Все отрезки времени описываются целыми числами. Поэтому перед составлением модели необходимо провести временное масштабирование для всех временных параметров и характеристик модели системы.

Атрибуты объекта описывают его состояние в данный момент времени.

Блоки ПМДС используются для описания функций моделируемой системы и управляют движением транзактов. Практически все изменения состояния модели системы возникают в результате поступления транзактов в соответствующие блоки и выполнения подпрограмм, связанных с этими блоками. После выполнения соответствующей подпрограммы транзакт либо продолжает движение к следующему блоку, либо задерживается на некоторое время в блоке.

У каждого блока имеются два стандартных числовых атрибута:  $W_n$  - счетчик входов в блок, или ожидающий счетчик, который содержит в себе номер текущего транзакта, находящегося в блоке  $n$ ;

$N_n$  - общий счетчик транзактов, поступивших в блок с начального момента моделирования или с момента обнуления (с помощью карт RESET либо CLEAR). Оба счетчика меняют свое содержание автоматически.

Более детально ознакомиться с ПМДС можно в работах [4-7], - рассмотрев примеры практического применения ПМДС при моделировании конкретных технических объектов.

Рассмотрим пример построения программы имитационной модели прохождения 500 деталей. Детали поступают с интервалом времени  $(300 \pm 50)$  ед. Обработку производят двое рабочих, которые выполняют по две операции. После первой операции, выполняемой первым рабочим в течение времени  $70 \pm 20$  ед. и вторым в течение  $60 \pm 30$  ед., производится операция сварки, время выполнения которой принимается равным нулю. После сварки выполняется вторая операция первым рабочим в течение времени  $20 \pm 10$  ед. и вторым в течение  $30 \pm 20$  ед. Затем третий рабочий производит сборку изделия из этих деталей в течение времени  $50 \pm 20$  ед. Все процессы подчиняются равномерному закону. В результате моделирования необходимо определить коэффициенты занятости рабочих.

Программа имеет следующий вид:

	SIMULATE		Начало моделирования
	GENERATE	300,50	Поступление деталей
MANA	SEIZE	1	
	ADVANCE	70,20	Первый рабочий, первая операция
HERE	MATCH	THERE	Сварка
	ADVANCE	20,10	Первый рабочий, вторая операция
	RELEASE	1	
	TRANSFER	MANC	
	SEIZE	2	
	ADVANCE	60,30	Второй рабочий, первая операция
THERE	MATCH	HERE	Сварка
	ADVANCE	30,20	Второй рабочий, вторая операция
	RELEASE	2	
MANC	ASSEMBLE	2	
	SEIZE	3	
	ADVANCE	50,20	Сборка
	RELEASE		
	TERMINATE	1	
	START	500	
	END		

### Контрольные вопросы

1. Каковы особенности имитационного моделирования ТП, представленного в виде СМО?
2. Что содержат основные блоки программ имитационного моделирования РТК как СМО?
3. Каковы особенности реализации имитационного моделирования ТП производства ЭА с использованием пакета ПМДС?
4. Каково содержание основных блоков ПМДС, используемых для описания функций моделируемой системы и управления движением транзактов?



#### 4. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ДИСПЕРСИОННОГО АНАЛИЗА ПРИ ИЗУЧЕНИИ ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ ИССЛЕДУЕМОГО ТП НА ЕГО ХАРАКТЕРИСТИКУ

На практике часто возникает задача определения влияния на состояние конструкций и ТП факторов, имеющих только качественную оценку или не поддающихся измерению. К ним также относятся не контролируемые переменные, случайные уровни, варьирования которых можно произвольно выбирать и фиксировать во времени [1].

Научно обоснованное решение подобных задач при изучении влияния факторов по их дисперсиям и составляет предмет дисперсионного анализа.

Рассмотрим примеры применения двухфакторного дисперсионного анализа (ДДА) и трехфакторного дисперсионного анализа (ТДА) по методу латинского квадрата.

Пример I С целью изучения влияния времени откачки  $T_{\text{отк}}$  и напряжения и на нагревателе насоса, а также их взаимодействия на давление  $p$  внутри камеры установки для напыления резистивных пленок были выполнены экспериментальные исследования, результаты которых представлены в табл. I.

Таблица I

$u, \text{ В}$	$p, \text{ МПа, при } T, \text{ мин}$		
	60	90	150
127	0,048	0,028	0,007
	0,058	0,033	0,015
220	0,062	0,014	0,006
	0,054	0,010	0,009

Таблица 2

Уровень $j$ фактора $x_1$	Уровень $q$ фактора $x_2$			$\bar{y}_j$
	$q = 1$ ( $T_{отк} = 60$ мин)	$q = 2$ ( $T_{отк} = 90$ мин)	$q = 3$ ( $T_{отк} = 150$ мин)	
$j = 1$ ( $U = 127$ В)	$y_{111} = 0,048$ $y_{112} = 0,058$	$y_{121} = 0,028$ $y_{122} = 0,033$	$y_{131} = 0,007$ $y_{132} = 0,015$	$\bar{y}_1 = 0,0315$
$j = 2$ ( $U = 220$ В)	$y_{211} = 0,062$ $y_{212} = 0,054$	$y_{221} = 0,014$ $y_{222} = 0,010$	$y_{231} = 0,006$ $y_{232} = 0,009$	$\bar{y}_2 = 0,0258$
$\bar{y}_q$	$\bar{y}_1 = 0,0555$	$\bar{y}_2 = 0,0213$	$\bar{y}_3 = 0,0093$	$\bar{y} = 0,0287$

Примечание.  $\bar{y}_j$  - среднее по строке,  $\bar{y}_q$  - среднее по столбцу;  $\bar{y}$  - общее среднее.



В данном случае необходимо провести ДДА. и изучить влияние при числе повторных опытов  $m = 2$  двух количественных факторов:  $x_1 =$  напряжение на нагревателе (число уровней  $N_1 = 2$ ) и  $x_2 =$  время откачки (число уровней  $N_2 = 3$ ).

В соответствии с методикой ДМ результаты эксперимента желательно представить в виде табл. 2.

1. Определим сумму квадратов отклонений между строками табл. 2 (по фактору  $x_1$ ):

$$SS_1 = N_2 m \sum_{j=1}^{N_1} (\bar{y}_j - \bar{y})^2 = 3 \cdot 2 \sum_{j=1}^2 (\bar{y}_j - \bar{y})^2 =$$

$$= 6 [(\bar{y}_1 - \bar{y})^2 + (\bar{y}_2 - \bar{y})^2] = 6 \cdot [(0,0315 - 0,0287)^2 +$$

$$+ (0,0258 - 0,0287)^2] = 9,75 \cdot 10^{-5}.$$

2. Определим сумму квадратов отклонений по столбцам табл.2 ( по фактору  $x_2$ ):

$$SS_2 = N_1 m \sum_{q=1}^{N_2} (\bar{y}_q - \bar{y})^2 = 2 \cdot 2 \sum_{q=1}^3 (\bar{y}_q - \bar{y})^2 =$$

$$= 4 [(\bar{y}_1 - \bar{y})^2 + (\bar{y}_2 - \bar{y})^2 + (\bar{y}_3 - \bar{y})^2] = 4 \cdot [(0,0555 -$$

$$- 0,0287)^2 + (0,0213 - 0,0287)^2 + (0,0093 - 0,0287)^2] = 4,597 \cdot 10^{-3}.$$

3. Определим сумму квадратов отклонений внутри серии:

$$SS_0 = \sum_{j=1}^{N_1} \sum_{q=1}^{N_2} \sum_{l=1}^m (y_{jqe} - \bar{y}_{jq})^2 = \sum_{j=1}^2 \sum_{q=1}^3 \sum_{l=1}^2 (y_{jqe} - \bar{y}_{jq})^2 =$$

$$= (y_{111} - \bar{y}_{11})^2 + (y_{211} - \bar{y}_{21})^2 + (y_{121} - \bar{y}_{12})^2 + (y_{221} - \bar{y}_{22})^2 + (y_{112} - \bar{y}_{12})^2 +$$

$$+ (y_{231} - \bar{y}_{23})^2 + (y_{112} - \bar{y}_{11})^2 + (y_{212} - \bar{y}_{21})^2 + (y_{122} - \bar{y}_{12})^2 + (y_{222} - \bar{y}_{22})^2 +$$

$$+ (y_{132} - \bar{y}_{13})^2 + (y_{232} - \bar{y}_{23})^2.$$

После подстановки значений из табл. 2 получаем  $SS_0 = 1,39 \cdot 10^{-4}$

4. Определим сумму квадратов отклонений между сериями:

$$SS_{12} = m \sum_{j=1}^{N_1} \sum_{q=1}^{N_2} (\bar{y}_{jq} - \bar{y}_j - \bar{y}_q + \bar{y})^2 = 2 \cdot \sum_{j=1}^2 \sum_{q=1}^3 (\bar{y}_{jq} - \bar{y}_j - \bar{y}_q + \bar{y})^2 = 2 [(\bar{y}_{11} - \bar{y}_1 - \bar{y}_1 + \bar{y})^2 + (\bar{y}_{21} - \bar{y}_2 - \bar{y}_1 + \bar{y})^2 + (\bar{y}_{12} - \bar{y}_1 - \bar{y}_2 + \bar{y})^2 + (\bar{y}_{22} - \bar{y}_2 - \bar{y}_2 + \bar{y})^2 + (\bar{y}_{13} - \bar{y}_1 - \bar{y}_3 + \bar{y})^2 + (\bar{y}_{23} - \bar{y}_2 - \bar{y}_3 + \bar{y})^2]$$

Подставив соответствующие значения из табл. 2, имеем  $SS_{12} = 2,832 \times 10^{-4}$

5. Определим оценки дисперсий:

$$S_1^2 = \frac{SS_1}{f_1} = \frac{SS_1}{N_1 - 1} = \frac{9,75 \cdot 10^{-5}}{2 - 1} = 9,75 \cdot 10^{-5};$$

$$S_2^2 = \frac{SS_2}{f_2} = \frac{SS_2}{N_2 - 1} = \frac{4,597 \cdot 10^{-3}}{3 - 1} = 2,299 \cdot 10^{-3};$$

$$S_{12}^2 = \frac{SS_{12}}{f_{12}} = \frac{SS_{12}}{(N_1 - 1)(N_2 - 1)} = \frac{2,832 \cdot 10^{-4}}{2} = 1,416 \cdot 10^{-4};$$

$$S_0^2 = \frac{SS_0}{f_0} = \frac{SS_0}{N_1 N_2 (m - 1)} = \frac{1,39 \cdot 10^{-4}}{6} = 2,317 \cdot 10^{-5}.$$

С помощью критерия Фишера оценим значимость влияния времени откачки и напряжения на нагревателе насоса, а также их взаимодействия на давление внутри камеры напыления:

$$F_{расч}^1 = \frac{S_1^2}{S_{12}^2} = \frac{9,75 \cdot 10^{-5}}{1,416 \cdot 10^{-4}} = 0,69;$$

$$F_{расч}^2 = \frac{S_2^2}{S_{12}^2} = \frac{2,299 \cdot 10^{-3}}{1,416 \cdot 10^{-4}} = 16,24;$$



$$F_{\text{расч}}^{12} = \frac{S_{12}^2}{S_0^2} = \frac{1,416 \cdot 10^{-4}}{2,317 \cdot 10^{-5}} = 6,11.$$

По таблице Фишера (табл. П1, см. приложение) для  $q=5\%$ ,  $f_0=6$  и  $f_{12}=2$  определяем  $F_{\text{табл}}^{12} = 5.14$ . Так как  $F_{\text{расч}}^{12} > F_{\text{табл}}^{12}$  то можно сделать вывод о том, что влияние взаимодействия факторов является значимым.

По той же таблице Фишера для  $q=5\%$ ,  $f_0=2$  и  $f_{12}=2$  определяем  $F_{\text{табл}}^{\text{крит}} = 19.0$ . Так как  $F_{\text{расч}}^1 < F_{\text{табл}}^{\text{крит}}$  и  $F_{\text{расч}}^2 < F_{\text{табл}}^{\text{крит}}$  то можно сделать вывод, что влияние факторов  $x_1$  и  $x_2$  (напряжения на нагревателе насоса и времени откачки соответственно) на давление внутри камеры напыления является незначимым.

Пример 2. Исследовать точность настройки трех конструкций РЭА одного функционального назначения, изготовленных на трех предприятиях, тремя высококвалифицированными настройщиками с различным стажем работы.

Результаты эксперимента, выполненного по методу латинского квадрата, представлены в табл. 3.

Таблица 3

Уровень фактора $a$	Результаты опытов ( $m = 5$ )		
	$b_1$	$b_2$	$b_3$
$a_1$	3,6,4,2,2	10,11,13,13,11	3,3,5,7,3
$a_2$	7,9,11,8,7	1,1,2,5,2	1,3,3,6,3
$a_3$	1,2,2,5,1	1,2,2,5,2	3,2,5,2,6

Матрица плана эксперимента имеет следующий вид:

	$b_1$	$b_2$	$b_3$
$a_1$	$c_3$	$c_2$	$c_1$
$a_2$	$c_2$	$c_1$	$c_3$
$a_3$	$c_1$	$c_3$	$c_2$

где  $a_1$ - $a_3$  - предприятия-изготовители;  $b_1$ - $b_3$  - тип конструкции РЭА;  $c_1$ -  $c_3$  квалификация, настройщиков.

Анализ задачи показывает, что имеют место два качественных фактора (конструкция, предприятие-изготовитель) и один количественный фактор - квалификация рабочих. Таким образом, общее число факторов  $n = 3$ , а число дублирующих (параллельных) опытов  $m = 5$ .

Результаты обработки наблюдений представим в виде табл. 4.

Уровень фактора $\alpha$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	Итого по букве $\alpha$
$a_1$	$c_3(17)$	$c_2(58)$	$c_1(21)$	$A_1 = 96$
$a_2$	$c_2(42)$	$c_1(11)$	$c_3(16)$	$A_2 = 69$
$a_3$	$c_1(11)$	$c_3(12)$	$c_2(18)$	$A_3 = 41$
Итого по букве $b$	$B_1 = 70$	$B_2 = 81$	$B_3 = 55$	$G = 206$
Итого по букве $c$	$C_1 = 43$	$C_2 = 118$	$C_3 = 45$	

Примечание. В скобках указано суммарное значение точности настройки для рабочего соответствующей квалификации.

Рассчитаем суммы квадратов  $SS_a$   $SS_b$   $SS_c$  и  $SS_1$   $SS_0$  для исследуемых факторов.

Сумма квадратов для строк  $A_i$

$$SS_A = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^n A_i^2 - \frac{G^2}{mn^2} = \frac{1}{5 \cdot 3} \sum_{i=1}^3 A_i^2 - \frac{G^2}{5 \cdot 3^2} =$$

$$= \frac{96^2 + 69^2 + 41^2}{15} - \frac{206^2}{45} = 100,84.$$



Сумма квадратов для столбцов

$$SS_B = \frac{1}{mn} \sum_{j=1}^n B_j^2 - \frac{G^2}{mn^2} = \frac{1}{5 \cdot 3} \sum_{j=1}^3 B_j^2 - \frac{G^2}{5 \cdot 3^2} =$$

$$= \frac{70^2 + 81^2 + 55^2}{15} - \frac{206^2}{45} = 22,71.$$

Сумма квадратов для

$$SS_C = \frac{1}{mn} \sum_{k=1}^n C_k^2 - \frac{G^2}{mn^2} = \frac{1}{5 \cdot 3} \sum_{k=1}^3 C_k^2 - \frac{G^2}{5 \cdot 3^2} =$$

$$= \frac{43^2 + 118^2 + 45^2}{15} - \frac{206^2}{45} = 243,51.$$

Общая сумма квадратов

$$SS = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n (y_{ijk})^2 - \frac{G^2}{mn^2} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 (y_{ijk})^2 - \frac{G^2}{5 \cdot 3^2} =$$

$$= \frac{17^2 + 58^2 + 21^2 + 42^2 + 11^2 + 16^2 + 11^2 + 12^2 + 18^2}{5} - \frac{206^2}{45} = 421,7.$$

Остаточная сумма квадратов

$$SS_0 = SS - SS_A - SS_B - SS_C = 421,7 - 100,84 - 243,51 = 54,71.$$

Сумма квадратов отклонение внутри ячейки

$$SS_{в.я} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{q=1}^m (y_{ijkq} - \bar{y}_{ijk})^2 =$$

$$= (3-3,4)^2 + (6-3,4)^2 + (4-3,4)^2 + 2(2-3,4)^2 + (10-11,6)^2 +$$

$$+ 2(11-11,6)^2 + 2(13-11,6)^2 + 3(3-4,2)^2 + (7-4,2)^2 + 2(7-8,4)^2 +$$

$$+ (9-8,4)^2 + (8-8,4)^2 + (11-8,4)^2 + 2(7-2,2)^2 + (5-2,2)^2 +$$

$$+ 2(2-2,2)^2 + (1-3,2)^2 + 3(3-3,2)^2 + (6-3,2)^2 + 2(1-2,2)^2 +$$

$$+ 2(2-2,2)^2 + (5-2,2)^2 + (1-2,4)^2 + 3(2-2,4)^2 + (5-2,4)^2 +$$

$$+ (3-3,6)^2 + 2(2-3,6)^2 + (5-3,6)^2 + (6-3,6)^2 = 99,2.$$



С учетом степеней свободы определим выборочные оценки дисперсий:

$$s_A^2 = \frac{SS_A}{f_A} = \frac{SS_A}{n-1} = \frac{100,84}{3-1} = 50,42 ;$$

$$s_B^2 = \frac{SS_B}{f_B} = \frac{SS_B}{n-1} = \frac{22,71}{3-1} = 11,3 ;$$

$$s_C^2 = \frac{SS_C}{f_C} = \frac{SS_C}{n-1} = \frac{243,51}{3-1} = 121,75 ;$$

$$s_o^2 = \frac{SS_o}{f_o} = \frac{SS_o}{(n-1)(n-2)} = \frac{54,71}{(3-1)(3-2)} = 27,355 ;$$

$$s_{в.я}^2 = \frac{SS_{в.я}}{f_{в.я}} = \frac{99,2}{3^2(5-1)} = 2,75 .$$

Представим результаты вычислений в табличной форме (табл. 5).

Таблица 5

Дисперсия	Число степеней свободы	Сумма квадратов SS	Выборочная оценка дисперсии $s^2$	$F_{расч}$
Строка А (предприятие)	$n-1 = 2$	100,84	50,42	18,27
Столбец В (конструкция)	$n-1 = 2$	22,71	11,36	4,12
Буква С (квалификация)	$n-1 = 2$	24,351	121,76	44,12
Остаточная дисперсия	$(n-1)(n-2)=2$	54,71	27,36	9,91
Дисперсия внутри ячейки	$n^2(m-1)=36$	99,2	2,75	-



Используя данные, приведенные в табл. 5, определим критерии Фишера

$$F_{расч}^A = \frac{S_A^2}{S_{в.я}^2} = \frac{30,42}{2,75} = 10,88; \quad F_{расч}^C = \frac{S_C^2}{S_{в.я}^2} = \frac{121,76}{2,75} = 44,28;$$

$$F_{расч}^B = \frac{S_B^2}{S_{в.я}^2} = \frac{11,36}{2,75} = 4,13; \quad F_{расч}^O = \frac{S_O^2}{S_{в.я}^2} = \frac{27,36}{2,75} = 9,95.$$

По таблице Фишера (см. приложение, табл.3) для  $q=5\%$ ,  $f_0=2$  и  $f_{12}=2$  определим  $F_{табл}^{крит}$

$$F_{табл}^{крит} = 19,0.$$

Видно, что

$$F_{расч}^A > F_{табл}^{крит}; \quad F_{расч}^B > F_{табл}^{крит}; \quad F_{расч}^C > F_{табл}^{крит};$$

поэтому можно заключить, что такие факторы, как конструкция, предприятие-изготовитель и квалификация рабочего являются значимыми.

Так как  $F_{расч}^O > F_{табл}^{крит}$  можно сделать вывод о том, что имеет место смешивание главных факторов и их взаимодействие.

### Контрольные вопросы

1. Каковы особенности проведения дисперсионного анализа при оценке влияния количественных и качественных факторов исследуемого технического объекта на его выходную характеристику.
2. Что представляет собой матрица планирования по латинскому квадрату?
3. Каковы особенности оценки значимости факторов и их взаимодействия при проведении ДДА и ТДА?

### 5. ПОСТРОЕНИЕ РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ ИССЛЕДУЕМОГО ТП ПО РЕЗУЛЬТАТАМ АКТИВНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Если объект исследования (конструкция электронно-вычислительного средства, ТП) допускает целенаправленное изменение наиболее существенных входных переменных (факторов) по определенным образом составленной программе (матрице

планирования) в требуемых диапазонах варьирования, то применяется активный эксперимент для построения математической модели исследуемого объекта [8, 9].

По результатам активного эксперимента, обработанным методами регрессионного анализа, получает математическую модель.

Факторами обычно называют наиболее существенные входные переменные, принимающие в некоторый момент времени определенное значение. Область определения фактора, т.е. совокупность всех значений, которые принимают данный фактор, может быть непрерывной и дискретной. В задачах планирования активного эксперимента всегда используют дискретные области определения, а для факторов с непрерывной областью определения (температура, время и т.п.) выбирают дискретные множества уровней. Кроме того, фактор должен быть управляемым (поддерживаемым постоянным в течение опыта или меняющимся по заданной программе), однозначным (не являющимся функцией других факторов), измеряемым с достаточно высокой точностью.

В совокупности факторы должны быть совместимы (их комбинации осуществимы и безопасны), между ними не должно быть линейной корреляции [8, 10].

Для получения линейной и некоторой квадратичной моделей исследуемого ТО используют полный факторный эксперимент (ПФЭ) и дробный факторный эксперимент (ДФЭ), а для получения квадратичной модели центральный рототабельный или ортогональный композиционный план.

Пример I. Используя методику ПФЭ, построить математическую модель ТП получения резистивных пленок напылением, связывающую температурный коэффициент сопротивления ТКС пленки с технологическими режимами их получения.

Число варьируемых факторов  $n = 3$ . Фактор А - это температура испарения материала, °С; фактор В - температура подложки при осаждении пленки, °С; фактор С температура термообработки пленки. Число точек наблюдения  $N = 2^n = 2^3 = 8$ .

Диапазон варьирования факторов и уровня варьирования представлены ниже:

Фактор .....	A	B	C
Кодовое обозначение .....	$x_1$	$x_2$	$x_3$
Базовый уровень $x_{\delta j}$ , °C .....	2500	400	400
Интервал варьирования $\Delta x_j$ , °C ...	50	50	50
Верхний уровень $x_{\theta j}$ , °C .....	2550	450	450
Нижний уровень $x_{\eta j}$ , °C .....	2450	350	350

Матрица планирования и результаты экспериментов при двух параллельных опытах приведены в табл. 6.

I. Проверим воспроизводимость опытов с использованием критерия Кохрена

$$G_{\max} = \frac{S_{\ell \max}^2}{\sum_{\ell=1}^k S_{\ell}^2},$$

где  $S_{\ell}^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{q=1}^m (y_{\ell q} - \bar{y}_{\ell})^2$ .

В нашем случае число параллельных опытов  $m=2$

$$S_{\ell}^2 = \sum_{q=1}^m (y_{\ell q} - \bar{y}_{\ell})^2,$$

а  $S_{\ell \max}^2 = 0,08$  и  $G_{\max} = \frac{0,08}{0,3} = 0,2667$ .

Из табл. П2 для критерия Кохрена (см. приложение) при  $f_1 = m-1 = 1$  и  $f_2 = N-8$  находим

$$G_{\text{табл}}^{\text{крит}} = 0,6798$$

На основании полученной оценки делаем заключение о воспроизводимости опытов, так как  $G_{\max} < G_{\text{табл}}^{\text{крит}}$ , т.е. гипотеза об однородности и воспроизводимости опытов подтверждается.



Таблица 6

Номер опыта	Порядок проведения опытов		$x_0$ ( $Z_{t_0}$ )	$x_1$ ( $Z_{t_1}$ )	$x_2$ ( $Z_{t_2}$ )	$x_3$ ( $Z_{t_3}$ )	Параллельные опыты		$\bar{y}_e$	$S_e^2$	$\hat{y}_{eA}$	$(\bar{y}_e - \hat{y}_{eA})^2$
	$q_1$	$q_2$					$y_{e1}$	$y_{e2}$				
1	3	6	+	-	-	-	2,4	2,8	2,6	0,08	2,35	0,0625
2	4	3	+	+	-	-	2,4	2,2	2,3	0,02	2,35	0,0025
3	1	7	+	-	+	-	2,0	2,4	2,2	0,08	2,35	0,0225
4	8	2	+	+	+	-	2,2	2,4	2,3	0,02	2,35	0,0025
5	7	4	+	-	-	+	2,2	2,2	2,2	0	1,95	0,0625
6	6	5	+	+	-	+	2,1	1,7	1,9	0,08	1,95	0,0025
7	2	8	+	-	+	+	2,1	1,9	2,0	0,02	1,95	0,0025
8	5	1	+	+	+	+	1,7	1,7	1,7	0	1,95	0,0625

$\hat{A}_1$  2,15 -0,1 -0,1 -0,2

$\sum_{i=1}^8$  0,3 0,22

2. Определим оценки коэффициентов уравнения регрессии математической модели исследуемого ТП по формулам:

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\sum_{l=1}^N \bar{y}_l}{N}; \quad \hat{\beta}_j = \left( \frac{\sum_{l=1}^N z_{lj} \bar{y}_l}{\sum_{l=1}^N z_{lj}^2} \right) / N.$$

Для рассматриваемого случая получаем:

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_0 &= \frac{\sum_{l=1}^8 \bar{y}_l}{8} = \frac{2,6+2,3+2,2+2,3+2,2+1,9+2+1,7}{8} = 2,15; \\ \hat{\beta}_1 &= \frac{\sum_{l=1}^8 z_{l1} \bar{y}_l}{8} = \frac{-2,6+2,3-2,2+2,3-2,2+1,9-2+1,7}{8} = -0,1; \\ \hat{\beta}_2 &= \frac{\sum_{l=1}^8 z_{l2} \bar{y}_l}{8} = \frac{-2,6-2,3+2,2+2,3-2,2-1,9+2+1,7}{8} = -0,1; \\ \hat{\beta}_3 &= \frac{\sum_{l=1}^8 z_{l3} \bar{y}_l}{8} = \frac{-2,6-2,3-2,2-2,3+2,2+1,9+2+1,7}{8} = -0,2. \end{aligned}$$

3. Проверим статистическую значимость коэффициентов уравнения регрессии по критерию Стьюдента:

$$t_j = \frac{|\hat{\beta}_j|}{\sqrt{S_{\beta_j}^2}}; \quad S_{\beta_j}^2 = \frac{S_y^2}{Nm}; \quad S_y^2 = \frac{\sum_{l=1}^N S_l^2}{N}$$

В нашем случае будем иметь:

$$\begin{aligned} S_y^2 &= \frac{0,3}{8} = 0,0375; \\ S_{\beta_j}^2 &= \frac{0,0375}{8 \cdot 2} = 0,2344 \cdot 10^{-2}; \end{aligned}$$



$$t_j = \frac{|\hat{\beta}_j - 1|}{\sqrt{0,2344 \cdot 10^{-2}}};$$

$$t_0 = \frac{2,15}{\sqrt{0,2344 \cdot 10^{-2}}} = 44,4078;$$

$$t_1 = t_2 = \frac{0,1}{\sqrt{0,2344 \cdot 10^{-2}}} = 0,0655;$$

$$t_3 = \frac{0,2}{\sqrt{0,2344 \cdot 10^{-2}}} = 4,131.$$

Из табл. ПЗ для критерия Стьюдента (см. приложение) находим  $t_{\text{табл}}^{\text{крит}}$  при  $f = N(m-1) = 8$  и  $q = 5\%$

$$t_{\text{табл}}^{\text{крит}} = 2.306$$

Поскольку  $t_1 = t_2 < t_{\text{табл}}^{\text{крит}}$ , то коэффициенты уравнения регрессии  $\beta_1$  и  $\beta_2$  оказались статистически незначимыми и их следует исключить из уравнения. Следовательно, в безразмерной форме полученное уравнение регрессии имеет вид:

$$\hat{y}_л = 2,15 - 0,2 z_3$$

Результаты проверки воспроизводимости опытов и статистической значимости коэффициентов можно представить в табличной форме (табл. 7).

Таблица 7

Проверка воспроизводимости опытов		Проверка значимости коэффициентов уравнения регрессии	
1		2	
$S_{l_{\max}}^2$	0,08	$S_{\beta_j}^2$	$0,2344 \cdot 10^{-2}$

Окончание табл. 7

I		2	
$\sum_{l=1}^2 s_l^2$	0,3	$t_0$	44,4078
$G_{\max}$	0,2667	$t_1$	2,0655
$f_1$	I	$t_2$	2,0655
$f_2$	8	$t_3$	4,131
$q, \%$	5	$q, \%$	5
$G_{\text{табл}}^{\text{крит}}$	0,6798	$f$	8
		$t_{\text{табл}}^{\text{крит}}$	2,306

4. Оценим адекватность уравнения регрессии по критерию Фишера

$$F_{\text{расч}} = \frac{S_{\text{ог}}^2}{S_y^2},$$

$$S_{\text{ог}}^2 = \frac{1}{N-d} \sum_{l=1}^N (\bar{y}_l - \hat{y}_l)^2$$

, где  $d$  – число

членов аппроксимирующего полинома уравнения регрессии, в нашем случае  $d=1$ .

$$S_{\text{ог}}^2 = \frac{1}{7} \sum_{l=1}^6 (\bar{y}_l - \hat{y}_l)^2$$

После подстановки значений в формулу

$$S_{\text{ог}}^2 = 0,0314 \text{ и}$$

$$F_{\text{расч}} = \frac{S_{\text{ог}}^2}{S_y^2} = \frac{0,0314}{0,0375} = 0,8373.$$

получаем

Из табл. П1 для критерия Фишера (см. приложение) при  $f_1 = N-d = 7$ ,  $f_2 = N(m-1) = 8$ , находим

$$t_{\text{табл}}^{\text{крит}} = 3.5$$

Так как  $F_{расч} < F_{табл}^{крит}$ , то можно сделать вывод, что полученная регрессионная математическая модель адекватна исследуемому ТО.

Пример 2 [1]. Для получения оптимальных электромеханических характеристик изоляции построить математическую модель для вязкости пропиточного лака, зависящую от температуры пропитки  $x_1$ , а также от процентного содержания основы пропиточного лака  $x_2$ .

С учетом результатов предварительных исследований для построения математической модели с параметрами  $x_1$  и  $x_2$  предполагается реализовать рототабельный центральный композиционный план, который имеет следующие параметры:

- 1) число точек полнофакторного эксперимента  $N_c = 2^2 = 4$ ;
- 2) число звездных точек  $N_\alpha = 4$ ; размер звездного плеча  $\alpha = 1,414$ ;
- 3) число центральных (нулевых) точек  $N_0 = 5$ ;
- 4) общее число наблюдений  $N = N_c + N_\alpha + N_0 = 4 + 4 + 5 = 13$

Условия планирования эксперимента для факторов  $x_1$  и  $x_2$  представлены ниже:

		$x_1, ^\circ\text{C}$	$x_2, \%$
Базовый уровень	$x_{б_j}$ .....	100	72,5
Шаг варьирования	$\Delta x_j$ .....	10	2,5
Верхний уровень	$x_{в_j}$ .....	110	75
Нижний уровень	$x_{н_j}$ .....	90	70

Матрица планирования центрального рототабельного композиционного плана и результаты исследований при трехкратном повторении опытов приведены в табл. 8.



Таблица 8

Номер опыта	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_1 \alpha_2$	$\alpha_1^2$	$\alpha_2^2$	$m=3$			$\bar{y}_e$	$S_e^2$	$\hat{y}_{e,кв}$	$(\bar{y}_e - \hat{y}_e)^2$	$(\bar{y}_e - \hat{y}_{e,кв})^2$	
									$y_{e1}$	$y_{e2}$	$y_{e3}$						
<b>Дюнофакторный эксперимент</b>																	
1	+I	-I	+I	-I	+I	+I	+I	+I	27	29	28	28	I	24,713	28,888	10,804	0,789
2	+I	+I	-I	-I	+I	+I	+I	+I	33	31	32	32	I	24,713	32,388	53,1	0,151
3	+I	-I	-I	+I	+I	+I	+I	+I	32	29	29	30	3	23,021	30,696	48,706	0,484
4	+I	+I	+I	+I	+I	+I	+I	+I	28	26	27	27	I	23,021	27,196	15,832	0,0384
<b>Звездные точки</b>																	
5	+I	-I,44	0	0	0	0	=2	0	29	30	28	29	I	23,867	29,459	26,348	0,211
6	+I	= I,44	0	0	0	0	=2	0	32	32	29	31	3	23,867	29,459	50,88	2,375
7	+I	0	0	=	0	0	0	=2	34	32	30	32	4	25,064	30,125	48,108	3,516
8	+I	0	0	=	0	0	0	=2	28	31	29	29,3	2,3	22,67	30,125	44,4	0,627
<b>Центральные (нулевые) точки</b>																	
9	+I	0	0	0	0	0	0	0	23	25	24	24	I	23,867	23,867	0,0177	0,0177
10	+I	0	0	0	0	0	0	0	25	26	24	25	I	23,867	23,867	1,284	1,284
11	+I	0	0	0	0	0	0	0	25	24	23	24	I	23,867	23,867	0,0177	0,0177
12	+I	0	0	0	0	0	0	0	23	24	22	23	I	23,867	23,867	0,752	0,752
13	+I	0	0	0	0	0	0	0	23	25	22	23,3	2,3	23,867	23,867	0,285	0,285
$\bar{y}$	23,867 0,4785-0,8463 -I,75 2,796 3,129																

$$\sum_{e=1}^N$$

357,6)22,6

300,53 10,548



1. Проверим воспроизводимость опытов с использованием критерия Кохрена.

$$G_{\max} = \frac{S_{l\max}^2}{\sum_{l=1}^m S_l^2}, \quad S_l^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{q=1}^m (y_{eq} - \bar{y}_e)^2$$

В нашем случае при  $m=3$  получаем

$$S_e^2 = \frac{1}{2} \sum_{q=1}^3 (y_{eq} - \bar{y}_e)^2;$$

$$S_{l\max}^2 = 4,0;$$

$$G_{\max} = \frac{4}{22,6} = 0,1765.$$

При  $f_1=m-1 = 2$ ,  $f_2=N=13$ , и  $q=5\%$  из табл. П2( см. приложение) находим  $G_{\text{табл}}^{\text{крит}} = 3.5$

Так как  $G_{\max} < G_{\text{табл}}^{\text{крит}}$ , можно сделать заключение о том что воспроизводимость опытов удовлетворительная.

2. Оценим линейные коэффициенты уравнения регрессии по формуле

$$\hat{\beta}_e = \frac{A}{N} [2\lambda_1^2 (n+2) \sum_{l=1}^N x_{le} \bar{y}_e - 2\lambda_1 \lambda_2 \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^N x_{je}^2 \bar{y}_e],$$

$$l = 0, 1, 2.$$

где  $\lambda_1 = \frac{2^{n-p} N}{(2^{n-p} + 2d^2)^2}; \quad \lambda_2 = \frac{N}{2^{n-p} + 2d^2};$

$$A = \frac{1}{2\lambda_1 [(n+2)\lambda_1 - n]}$$

Для полнофакторного эксперимента  $p=0$  В нашем случае число варьируемых факторов  $n=2$ . Отсюда получаем

$$\lambda_1 = \frac{2^2 \cdot 13}{(2^2 + 2 \cdot 1,414^2)} = 0,8125 ;$$

$$\lambda_2 = \frac{13}{2^2 + 2 \cdot 2} = 1,625 ;$$

$$A = \frac{1}{2 \cdot 0,8125 + (2+2) \cdot 0,8125 - 2} = 0,4933.$$

После подстановки соответствующих значений имеем

$$\hat{\beta}_0 = \frac{0,4923}{13} [ 2 \cdot 0,8125^2 (2+2) \sum_{\ell=1}^{13} x_{0\ell} \bar{y}_\ell - 2 \cdot 0,8125 \times$$

$$\times 1,625 \sum_{j=1}^2 \sum_{\ell=1}^3 x_{\ell j}^2 \bar{y}_\ell ] = 23,867.$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{1,625}{13} \sum_{\ell=1}^{13} x_{\ell 1} \bar{y}_\ell = \frac{1,625}{13} (-28+32-30+27-1,414 \cdot 29+1,414 \times$$

$$\times 31) = 0,4735;$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{1,625}{13} \sum_{\ell=1}^{13} x_{\ell 2} \bar{y}_\ell = \frac{1,625}{13} (-28-32+30+27-1,414 \cdot 32+1,414 \times$$

$$\times 29,3) = -0,8463.$$

Аналогично  $\hat{\beta}_{j1} = \frac{\lambda_2^2}{N \lambda_1} \sum_{\ell=1}^N x_{\ell 1} x_{\ell 2} \bar{y}_\ell ;$

$$\hat{\beta}_{12} = \frac{1,625^2}{13 \cdot 0,8125} (28-32-30+27) = -1,75;$$

$$\hat{\beta}_{jj} = \frac{A}{N} \{ \lambda_2^2 [ (n+2) \lambda_1 - n ] \sum_{\ell=1}^N x_{\ell j}^2 \bar{y}_\ell + \lambda_2^2 (1 - \lambda_1) \times$$

$$\times \sum_{j=1}^n \sum_{\ell=1}^N x_{\ell j}^2 \bar{y}_\ell - 2 \lambda_1 \lambda_2 \sum_{\ell=1}^N x_{0\ell} \bar{y}_\ell \} ;$$



$$\hat{\beta}_{11} = 0,125 \sum_{\ell=1}^{13} x_{\ell 1} \bar{y}_{\ell} + 0,01875 \sum_{j=1}^2 \sum_{\ell=1}^{13} x_{\ell j} \bar{y}_{\ell} - 0,1 \sum_{\ell=1}^{13} \bar{y}_{\ell} =$$

$$= 0,125(28+32+30+27+2 \cdot 29+2 \cdot 31) + 0,01875 \cdot 2(28+32+30+27+29+31+32+29,3) - 0,1 \cdot 357,6 = 2,796;$$

$$\hat{\beta}_{22} = 0,125 \sum_{\ell=1}^{13} x_{\ell 2}^2 \bar{y}_{\ell} + 0,01875 \sum_{j=1}^2 \sum_{\ell=1}^{13} x_{\ell 2} \bar{y}_{\ell} - 0,1 \sum_{\ell=1}^{13} x_{\ell 2} \bar{y}_{\ell} =$$

$$= 0,125 \cdot (28+32+30+27+2 \cdot 32+2 \cdot 29,3) + 0,01875 \cdot 476,6 - 0,1 \cdot 357,6 = 3,129.$$

3. Проверим статистическую значимость коэффициентов уравнения регрессии по критерию Стьюдента

$$t_j = \frac{|\hat{\beta}_j|}{\sqrt{S_{\beta_j}^2}}$$

В рассматриваемом случае получаем

$$S_y^2 = \frac{\sum_{\ell=1}^N S_{\ell}^2}{N} = \frac{22,6}{13} = 1,7436,$$

Тогда

$$s_{\beta_0}^2 = \frac{2A\lambda_1^2 (n+2) S_y^2}{Nm} = \frac{2 \cdot 0,4923 \cdot 0,8125^2 (2+2) \cdot 1,7436}{13 \cdot 3} = 0,1162;$$

$$s_{\beta_j}^2 = \frac{\lambda_2 S_y^2}{Nm} = \frac{1,625 \cdot 1,7436}{13 \cdot 3} = 0,0727 ;$$

$$s_{\beta_{jj}}^2 = \frac{A[(n+1)\lambda_1 - (n-1)]\lambda_2^2 S_y^2}{Nm} = \frac{0,4923 [(2+1) \cdot 0,8125 - (2-1)] \cdot 1,625^2 \cdot 1,7436}{13 \cdot 3} = 0,0835 ;$$

$$s_{\beta_{yy}}^2 = \frac{\lambda_2^2 S_y^2}{\lambda_1 Nm} = \frac{1,625^2 \cdot 1,7436}{0,8125 \cdot 13 \cdot 3} = 0,1453 ;$$

$$t_0 = \frac{23,867}{\sqrt{0,1162}} = 70,016; \quad t_{12} = \frac{1,75}{\sqrt{0,1453}} = 4,591 ;$$

$$t_1 = \frac{0,4785}{\sqrt{0,0727}} = 1,7747; \quad t_{11} = \frac{2,796}{\sqrt{0,00835}} = 9,676 ;$$

$$t_2 = \frac{0,8463}{\sqrt{0,0727}} = 3,1388; \quad t_{22} = \frac{3,129}{\sqrt{0,0835}} = 10,828 .$$

При  $f=N(m-1) = 26$  и  $q=5\%$  из табл. ПЗ ( см. приложение) находим  $F_{\text{табл}}^{\text{крит}} = 2.056$

$$\hat{\beta}_1 \quad t_1 < t_{\text{крит табл}}$$

Из всех коэффициентов только  $\hat{\beta}_1$ , поэтому  $B_1$  считается статически незначимым и его следует исключить из уравнений регрессии.

Тогда в безразмерной форме линейное уравнение регрессии имеет вид

$$\hat{y}_\lambda = 23,867 - 0,8463 x_2 .$$

А квадратичное уравнение



$$\hat{y}_{кв} = 23,867 - 0,8463 x_2 - 1,75 x_1 x_2 + 2,796 x_1^2 + 3,129 x_2^2$$

4. Оценим адекватность полученного линейного уравнения регрессии по критерию Фишера.

$$F_{расч} = \frac{S_{ог}^2}{S_y^2}$$

где  $S_{ог}^2 = \frac{1}{N-d} \sum_{l=1}^N (\bar{y}_l - \hat{y}_l)^2$

$$S_{ог}^2 = 25,044;$$

$$F_{расч} = \frac{25,044}{1,7436} = 14,36$$

При  $d=1$  получим

При  $f_1=N-d=12$   $f_2=N(m-1)=26$  и  $q=5\%$  из табл. П1 ( см. приложение) находим

$$F_{табл}^{крит} = 2,15$$

Так как  $F_{расч} < F_{табл}^{крит}$ , то делаем вывод, что линейная регрессионная модель неадекватна исследуемому ТО.

Проверим адекватность квадратической модели при  $d=4$

$$S_{огкв}^2 = \frac{1}{9} \sum_{l=1}^{13} (\bar{y}_l - \hat{y}_{лкв})^2$$

Подставив значения, получаем  $S_{огкв}^2 = 1,172$ ,  $F_{расчкв} = 1,172/1,7436 = 0,672$ .

При  $f_1 = N - d = 9$ ,  $f_2 = N(m - 1) = 26$  и  $q = 5\%$  из табл. П1 (см. приложение) находим  $F_{табл}^{крит} = 2,88$ . Так как

$F_{расчкв} < F_{табл}^{крит}$ , можно сделать вывод о том, что квадратичная модель адекватна исследуемому ТО в заданном диапазоне варьирования факторов  $x_1$  и  $x_2$ .

### Контрольные вопросы



1. Каково содержание процедуры оценки воспроизводимости опытов при проведения полнофакторного эксперимента и эксперимента по центральному композиционному плану?
2. Каково влияние числа параллельных опытов на их воспроизводимость?
3. Как оценить статистическую значимость коэффициентов регрессионной модели, полученной в результате проведения активного эксперимента?
4. Какие виды регрессионных моделей, получаемых с помощью полнофакторного эксперимента и эксперимента по центральному композиционному плану вы знаете?

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Львович Я.Е., Фролов В.Н. «Теоретические основы конструирования» технологии и надежность РЭА: Учеб. пособие для вузов. М.: Радио и связь, 1986. 132 с.
2. Снагедев ЮЛ., Старосельский В Д. Моделирование и управление в сложных системах. М.,: Сов. радио, 1974. 264 с»
3. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем. М. Наука, 1968. 356 с. °
4. Единая система электронных вычислительных машин. Пакет прикладных программ для моделирования на ЭВМ сложных дискретных систем. Общее описание. Калинин: 1982. 22 о.
5. Единая система электронных вычислительных машин. Пакет прикладных программ для моделирования на ЭВМ сложных дискретных систем. Описание языка/Калинин: 1982 . 30 с,
6. Единая система электронных вычислительных машин. Пакет прикладных программ для моделирования на ЭШ сложных дискретных систем. Руководство программиста, Калинин: 1982, 32 с.

7. Советов Б.Я., Яковлев С .А. Моделирование систем: Курсовое проектирование: Учеб. пособие для вузов. М.\*j Высш. шк., 1988. 135 о.

8. Адлер ЮЛ., Маркова Е.В., Грановский Ю.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. - 2-е изд.", пере- раб., и доп. М.: Наука, 1976. 279 с.,

9. Маркова Е.В., Лисенков А.Н. Планирование эксперимента в условиях неоднородностей. М.: Наука, 1973 . 219 о.,

10, Мясников В.А., Вальков В.М., Омельченко И.О. Автоматизированные и автоматические системы управления технологическими процессами, М.: Машиностроение,-1988. 253 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица III

Верхние пределы отклонения величины  $\tau$  в зависимости от числа степеней свободы  $f_1$  (для большей дисперсии) и  $f_2$  (для меньшей дисперсии) ( $\alpha = 5\%$ )

$f_1$	$f_2$												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244	245
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	19,37	19,38	19,39	19,40	19,41	19,42
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78	8,76	8,74	8,71
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,93	5,91	5,87
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74	4,70	4,68	4,64
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00	3,96
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63	3,60	3,57	3,52
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,34	3,31	3,28	3,23
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,10	3,07	3,02
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97	2,94	2,91	2,86
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,86	2,82	2,79	2,74
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80	2,76	2,72	2,69	2,64
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67	2,63	2,60	2,55
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,77	2,70	2,65	2,60	2,56	2,53	2,48
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64	2,59	2,55	2,51	2,48	2,43
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,45	2,42	2,37
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,34	2,27	2,21	2,16	2,12	2,09	2,04



	f <sub>1</sub>					f <sub>2</sub>				
	14	15	16	20	24	30	40	50	75	100
I	246	248	246	248	249	250	251	252	253	253
2	19,43	19,44	19,43	19,44	19,45	19,46	19,47	19,47	19,48	19,49
3	8,69	8,66	8,69	8,66	8,64	8,62	8,60	8,58	8,57	8,56
4	5,84	5,80	5,84	5,80	5,77	5,74	5,71	5,70	5,68	5,66
5	4,60	4,56	4,60	4,56	4,53	4,50	4,46	4,44	4,42	4,40
6	3,92	3,87	3,92	3,87	3,84	3,81	3,77	3,75	3,72	3,71
7	3,49	3,44	3,49	3,44	3,41	3,38	3,34	3,32	3,29	3,28
8	3,20	3,15	3,20	3,15	3,12	3,08	3,05	3,03	3,00	2,98
9	2,98	2,93	2,98	2,93	2,90	2,86	2,82	2,80	2,77	2,76
10	2,82	2,77	2,82	2,77	2,74	2,70	2,76	2,64	2,61	2,59
11	2,70	2,65	2,70	2,65	2,61	2,57	2,53	2,50	2,47	2,45
12	2,60	2,54	2,60	2,54	2,50	2,46	2,42	2,40	2,36	2,35
13	2,51	2,46	2,51	2,46	2,42	2,38	2,34	2,32	2,28	2,26
14	2,44	2,39	2,44	2,39	2,35	2,31	2,27	2,24	2,21	2,19
15	2,39	2,33	2,39	2,33	2,29	2,25	2,21	2,18	2,15	2,12
16	2,33	2,28	2,33	2,28	2,24	2,20	2,16	2,13	2,09	2,07
30	1,99	1,93	1,99	1,93	1,89	1,84	1,79	1,76	1,72	1,69



Таблица П2  
 Значения отношения  $\sigma_{\max}$  наибольшей эмпирической дисперсии к сумме эмпирических дисперсий,  
 полученных из независимых выборок с одинаковым числом степеней свободы  $f_1$ , при  $\rho = 5\%$

$f_2$	$f_1$										16	36	144
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
2	0,9985	0,9750	0,9392	0,9057	0,8584	0,8534	0,8159	0,8159	0,8010	0,7880	0,7341	0,6602	0,5000
3	0,9669	0,8709	0,7977	0,7457	0,7071	6771	6530	6333	6167	6025	5466	4748	3333
4	0,9065	0,7679	0,6841	0,6287	0,5895	5598	5365	5175	5017	4884	4366	3720	2500
5	0,8415	0,6838	0,5981	0,5440	0,5063	4783	4564	4387	4241	4118	3645	3066	2000
6	0,7808	0,6161	0,6321	0,4803	0,4447	4148	3980	3817	3682	3568	3135	2612	1667
7	0,7271	0,5612	0,4800	0,4307	0,3907	3726	3555	3384	3254	3154	2756	2273	1429
8	0,6798	0,5157	0,4377	0,3910	0,3595	3362	3185	3034	2926	2829	2462	2020	1250
9	0,6385	0,4775	0,4027	0,3584	0,3286	3067	2901	2768	2659	2568	2226	1820	1111
10	0,6020	0,4450	0,3733	0,3311	0,3029	2823	2666	2541	2439	2353	2032	1655	1000
12	0,6410	0,3924	0,3264	0,2880	0,2624	2439	2299	2187	2098	2020	1737	1403	0833
15	0,4709	0,3346	0,2758	0,2419	0,2195	2034	1911	1815	1736	1671	1429	1144	0667
20	0,3894	0,2705	0,2205	0,1921	0,1835	1602	1601	1422	1357	1303	1108	0879	0500
24	0,3434	0,2354	0,1907	0,1656	0,1493	1374	1286	1216	1160	1113	0942	0743	0417
30	0,2929	0,1980	0,1593	0,1377	0,1237	1137	1061	1002	0958	0921	0771	0604	0337
40	0,2370	0,1576	0,1259	0,1082	0,0968	0887	0827	0780	0745	0713	0595	0462	0250
60	0,1737	0,1131	0,0895	0,0766	0,0682	0623	0583	0552	0520	0487	0411	0316	0167
120	0,0998	0,0632	0,0495	0,0419	0,0371	0337	0312	0292	0279	0266	0218	0165	0083



Значения  $t$  в зависимости от числа степеней свободы  $f$  для распределения Стьюдента  
при  $\alpha = 5\%$

Таблица ПЗ

$f$	$t$	$f$	$t$	$f$	$t$	$f$	$t$
1	12,706	15	2,1314	29	2,0452	65	1,997
2	4,302	16	2,119	30	2,0423	70	1,9944
3	3,182	17	2,1098	32	2,036	80	1,990
4	3,2776	18	2,1009	34	2,0322	90	1,9867
5	3,5706	19	2,093	36	2,0281	100	1,9840
6	2,446	20	2,086	38	2,0244	120	1,9799
7	2,3646	21	2,079	40	2,0211	150	1,9759
8	2,3060	22	2,0739	42	2,018	200	1,9719
9	2,2622	23	2,0687	44	2,0154	250	1,9695
10	2,2281	24	2,0639	46	2,0129	300	1,9679
11	2,201	25	2,0595	48	2,0106	400	1,9659
12	2,1788	26	2,055	50	2,0086	500	1,964
13	2,1604	27	2,0518	55	2,004		
14	2,1448	28	2,0484	60	2,0003		



## Оглавление

Предисловие	3
1. Моделирование ТП, представленного в виде одноканального СМО	3
2. Имитационное моделирование ТП, представленного в виде СМО	12
3. Особенности реализации имитационных моделей ТП производства ЭА с использованием ПДМС	17
4. Применение методов дисперсионного анализа при изучении влияния параметров исследуемого ТП на его характеристику	20
5. Построение регрессионных моделей исследуемого ТП по результатам активного эксперимента	29
Литература	42
Приложение	43

Редакция заказной литературы

Виктор Григорьевич Алексеев

Юрий Иванович Нестеров

Моделирование технологических процессов производства

электронной аппаратуры

Заведующая редакцией Н.Г.Ковалевская

Редактор Е.Н.Ставицкая

Корректор Л.И.Малютина

Подписано в печать 8.02.93. Печ.л. 3,0. Усл.печ.л. 2,79. Каш Ш 13. Заказ  
я,if

Формат 60x84/16.. Бумага тип. М Гч.-изд.л. 2,67. Тираж 500 экз. С 23Г

Издательство МГГУ, типография МГТУ. 107СЮ5, Москва, Б-5, 2-я

Бауманская, 5.