

Имитационное моделирование

Модели непрерывных процессов
и гетерогенные модели

Популяционная модель (GPSS)

На острове бесконтрольно растёт популяция кроликов. Местные фермеры прикладывают значительные усилия, чтобы прекратить увеличение числа кроликов. Для контроля над ситуацией они хотят завезти на остров лисиц.

; модель популяций Лотка-Вольтерра

; сегмент модели непрерывных процессов

```
Foxes EQU 80 ; количество лис
Rabbits EQU 1000 ; популяция кроликов
K_ EQU 0.2 ;эффективность хищника
A_ EQU 0.008 ;параметр естественной убыли
B_ EQU 0.0002 ;фактор удачной охоты
C_ EQU 0.04 ;параметр плодовитости
```

```
Foxes INTEGRATE (K_#B_#Foxes#Rabbits - A_#Foxes)
```

```
Rabbits INTEGRATE (C_#Rabbits - B_#Foxes#Rabbits)
```

;сегмент модели дискретных процессов

```
GENERATE 2000
```

```
TERMINATE 1
```

Популяционная модель

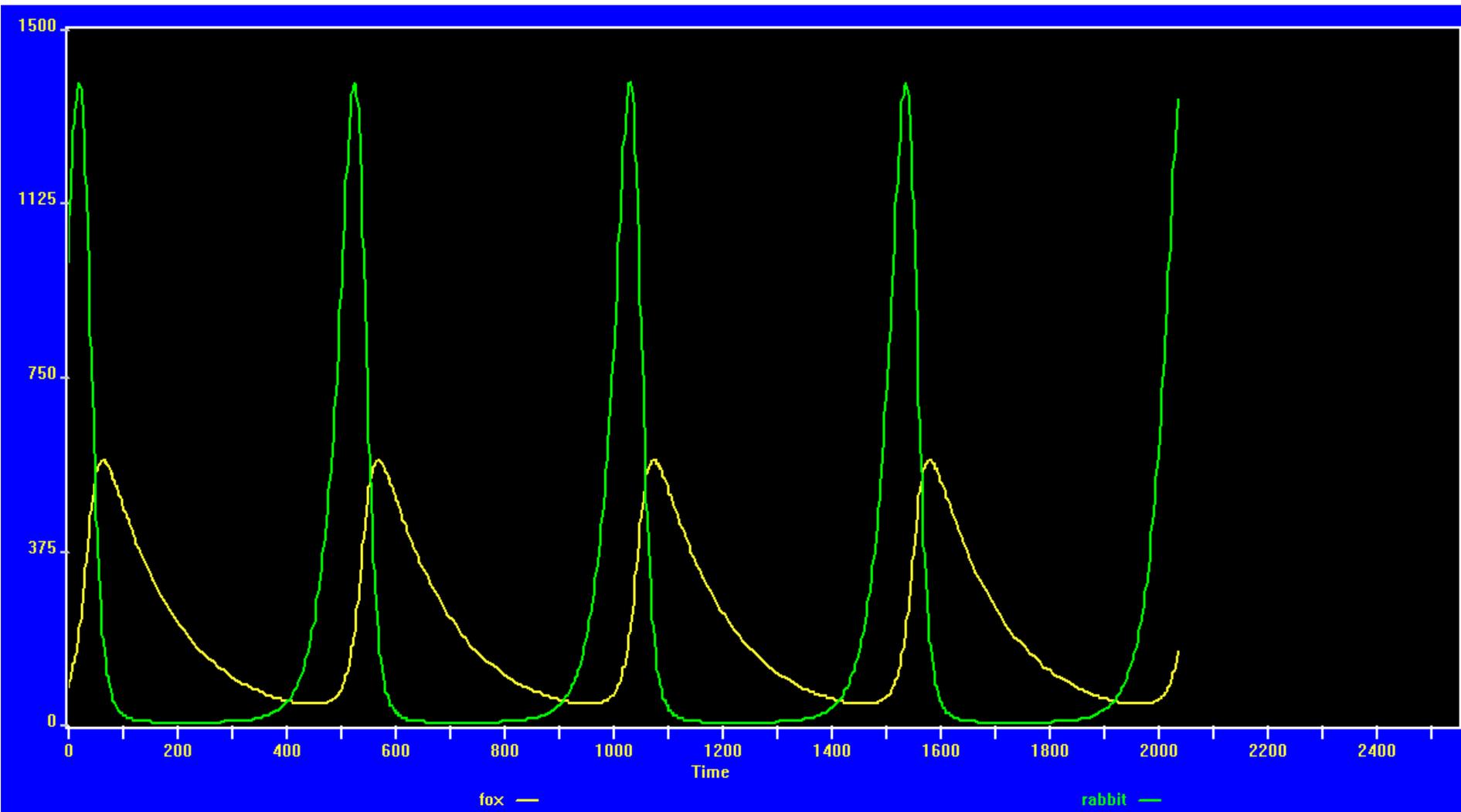


График состояния популяций

Гетерогенная популяционная модель (GPSS)

; модель популяций Лотка-Вольтерра

; сегмент модели непрерывных процессов

```
Foxes INTEGRATE (K_#B_#Foxes#Rabbits - A_#Foxes),400,afox
```

```
Rabbits INTEGRATE (C_#Rabbits - B_#Foxes#Rabbits) ,99,nora
```

;сегмент модели дискретных процессов

```
nora ADVANCE 15 ;получив сигнал о малом числе кроликов,  
plus (DoRabbit(50));выпускаем в лес из зоопарка 50 штук.  
TERMINATE ;произойдет через 15 дней после сигнала
```

```
afox ADVANCE 25 ;получив сигнал о большом числе лис,  
plus (DoHunt(50)) ;разрешаем отстрел 50 штук.  
TERMINATE ;произойдет через 25 дней после сигнала
```

```
PROCEDURE DoHunt(Pop_Level) Foxes = Foxes - Pop_Level;
```

```
PROCEDURE DoRabbit(Zoo_order) Rabbits = Rabbits + Zoo_order;
```

```
GENERATE 2000
```

```
TERMINATE 1
```

Популяционная модель

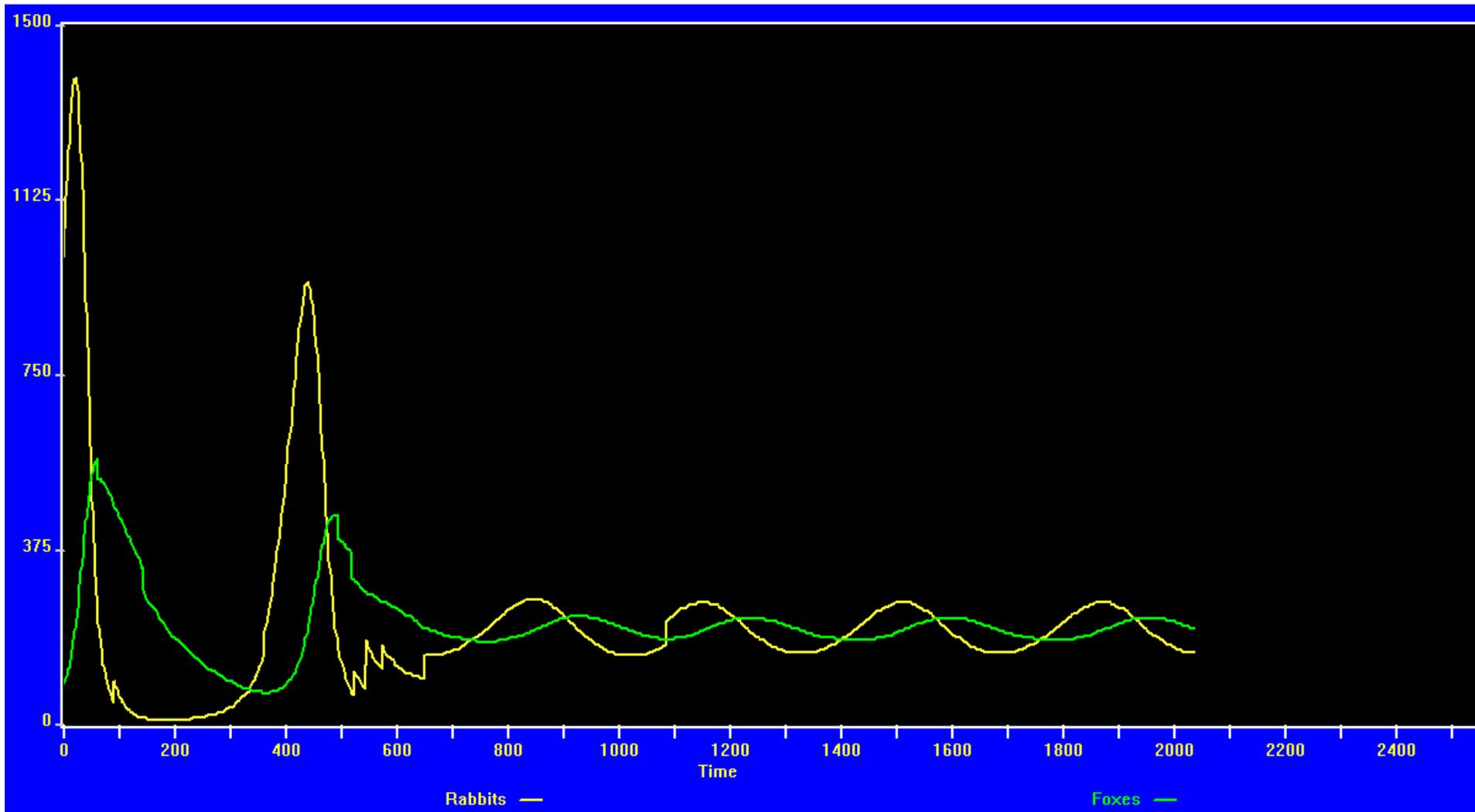


График состояния популяций с учетом влияния дискретных процессов

Популяционная модель

Реальная ситуация:

В 1787 г. впервые завезли кроликов на континент Австралия.

Поедание кроликами травы привело к деградации растительности континента, выдуванию и размыванию плодородного слоя почвы. В результате этого произошло катастрофическое снижение продуктивности пастбищ уже в начале XIX в. Кроме того, у овец случались многочисленные травмы ног из-за кроличьих ям. Возник риск угрозы овцеводству, в то время одной из главных отраслей экономики страны. Попытки истребления кроликов не привели к успеху.

В 1950 г. для борьбы с кроликами была применена *вирусная инфекция*, в результате которой за 3 года популяция сократилась впятеро, что позволило взять ее под контроль.

Модели распространения инфекции

Для аналитической модели заболеваний, после перенесения которых вырабатывается стойкий (*пожизненный?*) иммунитет (в т.ч. детские болезни), население разделяют на 3 класса (compartment, компартментальная модель):

те, кто восприимчивы к заболеванию (могут заболеть);

те, кто болеет в данный момент;

те, кто переболел и приобрел иммунитет к заболеванию.

Первую группу обозначают буквой S (англ. Susceptible – восприимчивый)
вторую – I (англ. Infectious – больные, источник инфекции)
третью – R (англ. Recovered – выздоровевшие)

Диаграмма переходов между состояниями



Модель SIR

$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I$$

$$N = S(t) + I(t) + R(t).$$

Параметр β называется частотой контактов и отражает возможность передачи болезни при контакте между зараженным и восприимчивым.

Параметр γ отвечает за переход персоны из класса больных в класс выздоровевших, т.е. γ – частота выздоровлений.

Модель SIR (GPSSworld)

```
beta_ equ 2 ;заражаемость в популяции  
gama_ equ 0.1 ;вероятность выздоровления(~за 10 дней выздоровеет)
```

```
Rx_ EQU 0 ; число выздоровевших, иммунных людей  
Sx_ EQU 49995 ; число восприимчивых, здоровых людей  
Ix_ EQU 5 ; число больных в начале  
Nx_ EQU 50000 ; популяция людей
```

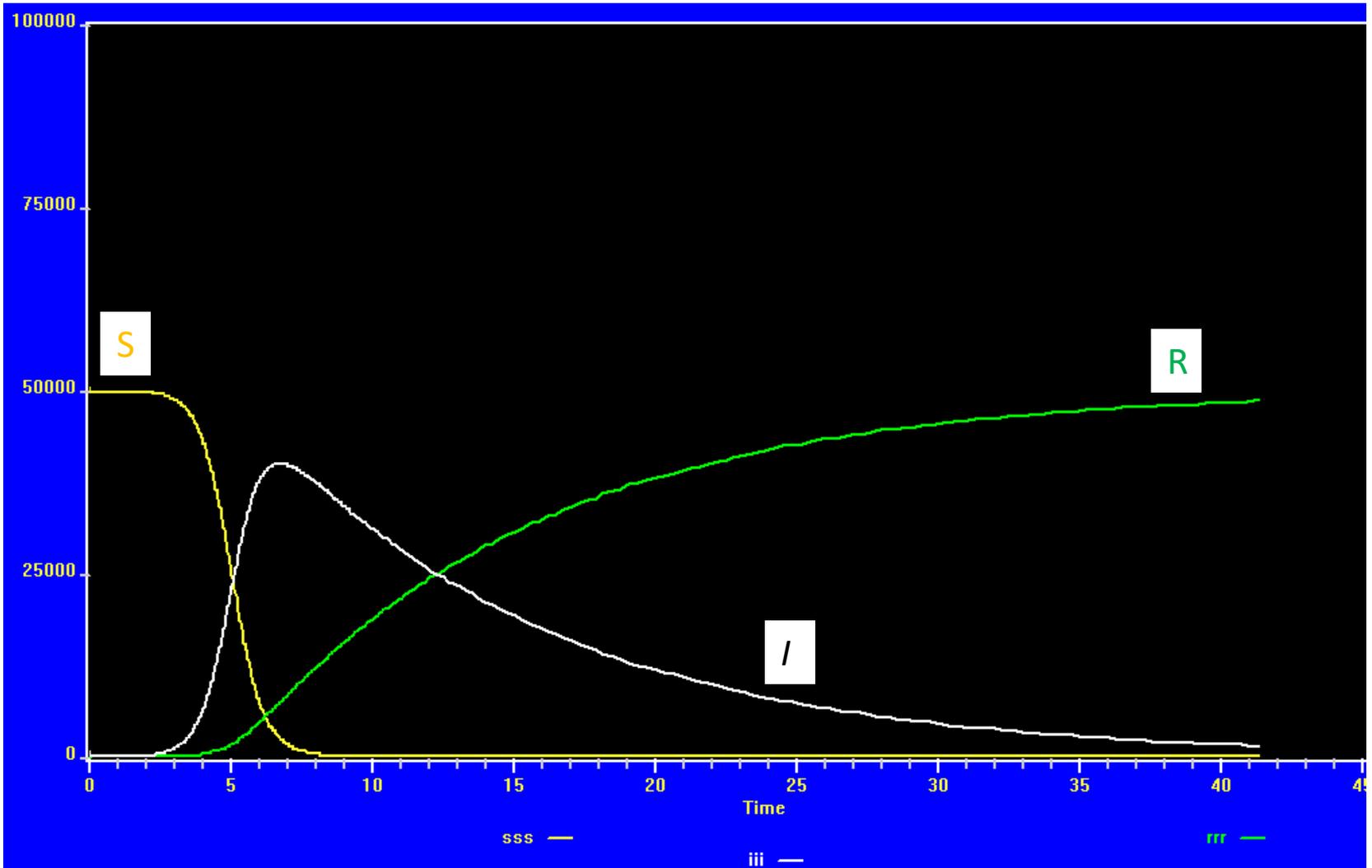
```
*****
```

```
Sx_ INTEGRATE (vospriim())  
Ix_ INTEGRATE (Sx_ # Ix_ # beta_ / Nx_ - Ix_ # gama_ )  
Rx_ INTEGRATE (Ix_ # gama_)
```

```
GENERATE 40  
TERMINATE 1
```

```
PROCEDURE vospriim() BEGIN  
    temporary ddd; if (Sx_ < 0) then Sx_ = 0;  
    if (Sx_ > 1e9) then Sx_ = 1e9;  
    ddd = 0 - Sx_ # Ix_ # beta_ / Nx_ ; RETURN ddd;  
END;
```

Модель SIR



Модель SEIR

SEIR - модель с дополнительной «инкубационной» стадией заболевания. Добавляется фаза E (Exposed) – т.е. уже заражен, но пока не болен.

SUSCEPTIBLE

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{R_e}{T_{inf}} \cdot I \cdot S$$

EXPOSED

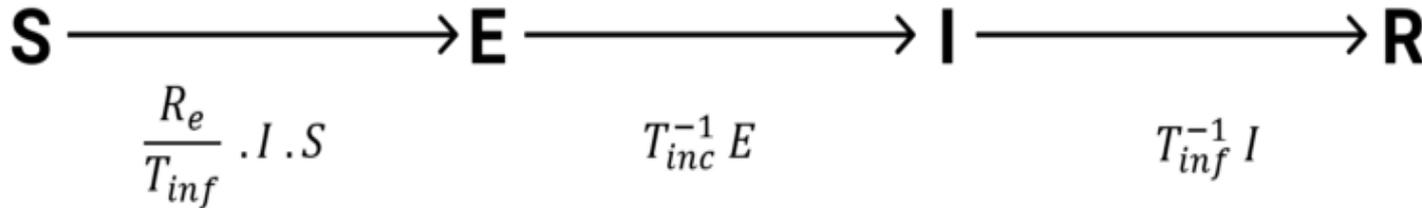
$$\frac{dE}{dt} = \frac{R_e}{T_{inf}} \cdot I \cdot S - T_{inc}^{-1} E$$

INFECTED

$$\frac{dI}{dt} = T_{inc}^{-1} E - T_{inf}^{-1} I$$

REMOVED

$$\frac{dR}{dt} = T_{inf}^{-1} I$$

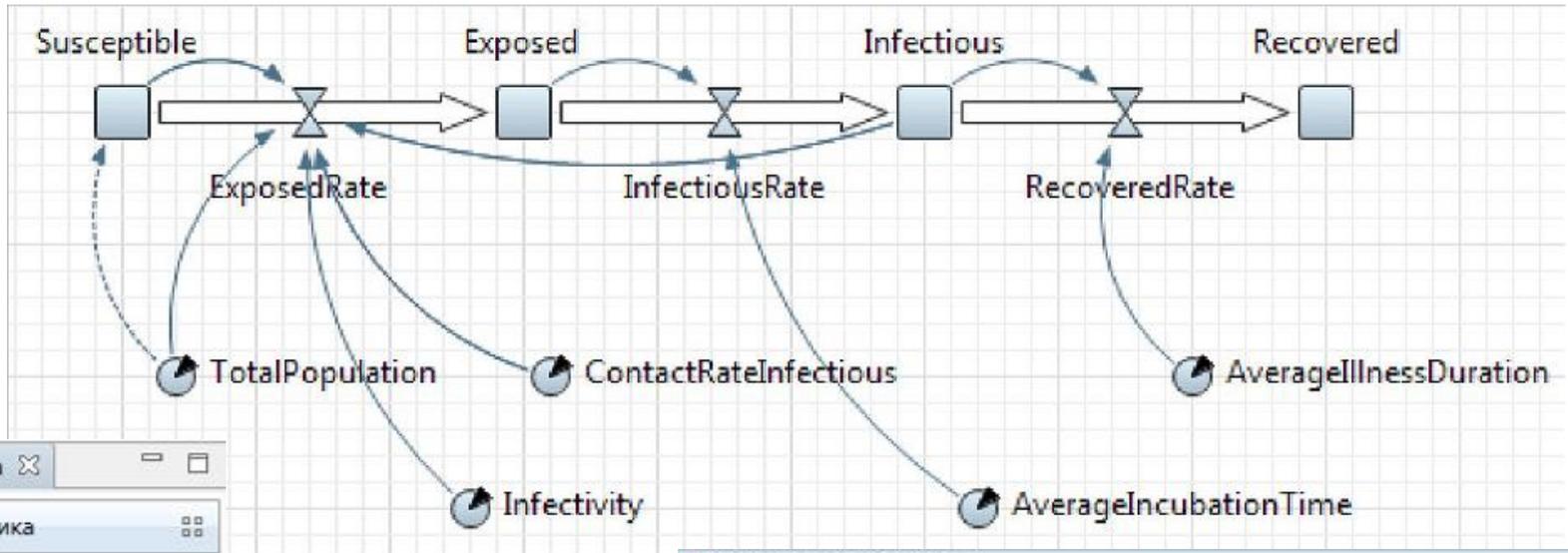


T_{inf} = Infectious period

T_{inc} = Incubation period

R_e = Effective reproduction number

Модель SEIR (AnyLogic)



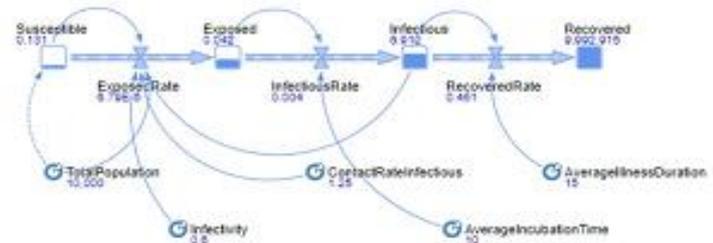
Проекты Палитра

Системная динамика

- Накопитель
- Поток
- Динамическая переменная
- Связь **13**
- Параметр
- Табличная функция

Системная динамика
 основана на
 взаимодействии
 потоков и накопителей

SEIR: Simulation - AnyLogic Professional



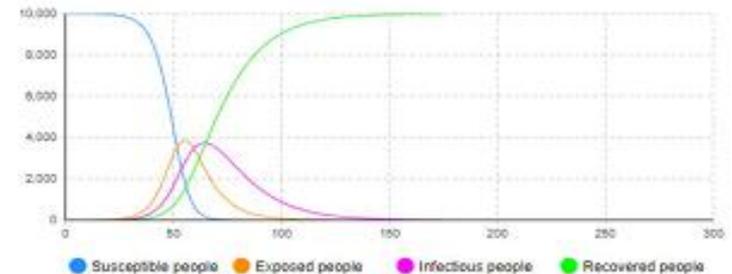
Properties

ExposedRate - Flow

Массив Зависимая Константа

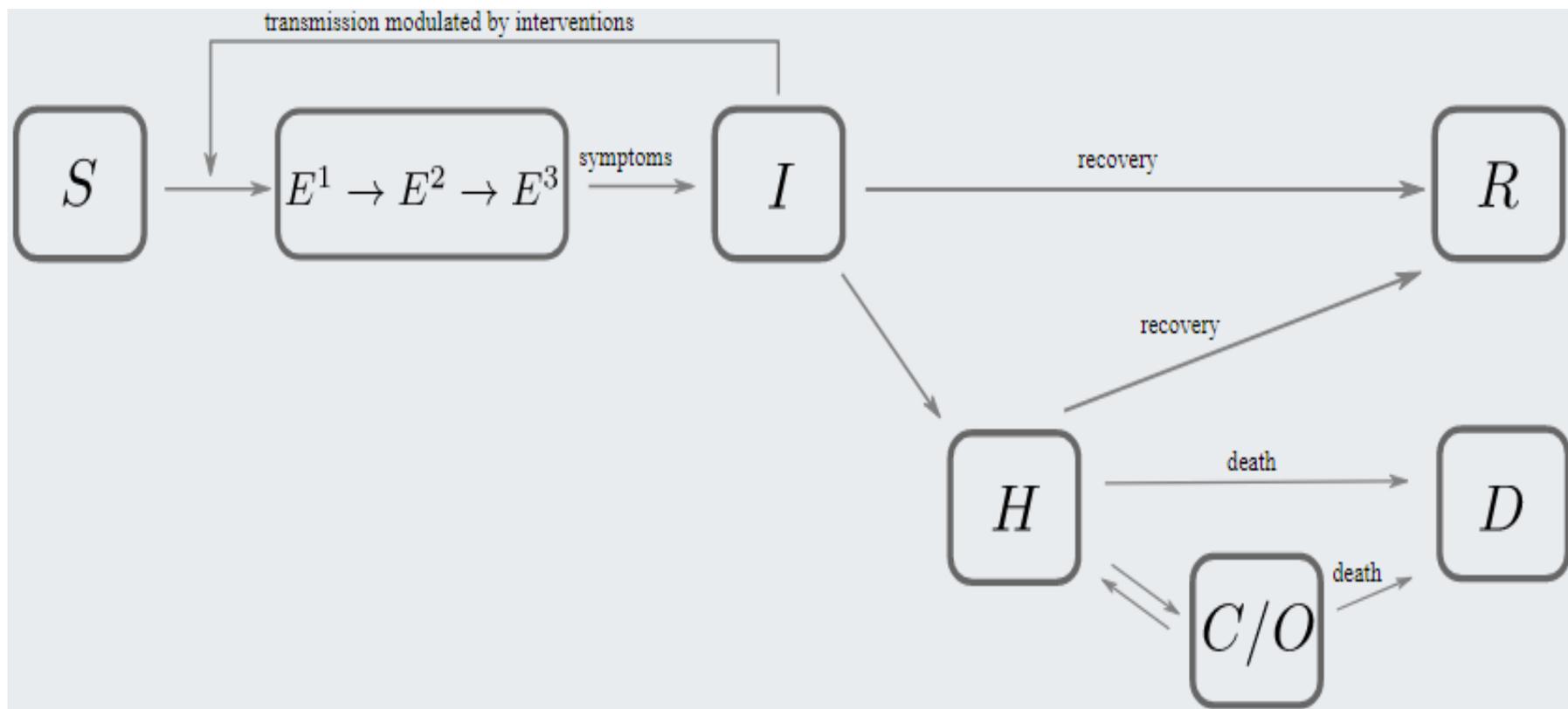
ExposedRate=

14

$$Infectious * ContactRateInfectious * Infectivity * Susceptible / TotalPopulation$$


Модель SEnIHmRD

SEIR модель с дополнительными стадиями инфекционного процесса, добавляются стадии инкубационного периода $E^1 - E^2 - E^3 - \dots - E^n$ стадий; H (hospital) – т.е. болен, в больнице – $[m]$ стадий различных клинических форм заболевания; D (death) – погибшие; R – переболевшие, выздоровевшие.



Модель SE_nIH_mRD

$$\frac{dS_a(t)}{dt} = -N^{-1}\beta_a(t)S_a(t) \sum_b I_b(t)$$

$$\frac{dE_a^1(t)}{dt} = N^{-1}\beta_a(t)S_a(t) \sum_b I_b(t) - 3E_a^1(t)/t_l$$

$$\frac{dE_a^2(t)}{dt} = 3E_a^1(t)/t_l - 3E_a^2(t)/t_l$$

$$\frac{dE_a^3(t)}{dt} = 3E_a^2(t)/t_l - 3E_a^3(t)/t_l$$

$$\frac{dI_a(t)}{dt} = 3E_a^3(t)/t_l - I_a(t)/t_i$$

$$\frac{dH_a(t)}{dt} = (1 - m_a)I_a(t)/t_i + (1 - f_a)C_a(t)/t_c - H_a(t)/t_h$$

$$\frac{dC_a(t)}{dt} = c_a H_a(t)/t_h - C_a(t)/t_c$$

$$\frac{dR_a(t)}{dt} = m_a I_a(t)/t_i + (1 - c_a)H_a(t)/t_h$$

$$\frac{dD_a(t)}{dt} = f_a C_a(t)/t_c + p_a H_a(t)/t_h$$

Модели эпиддинамики

- основаны на методе научной аналогии в отображении эпидемического процесса (процесс «переноса» возбудителя инфекции от больных к здоровым) с процессом «переноса» материи (энергии, импульса) в уравнениях математической физики (разработка АМН СССР в 1970-е).

В ходе развития эпидемии среди населения территории, пораженной инфекцией, формируется сложный самоподдерживающийся процесс переноса популяции возбудителя (вируса) на сообщество восприимчивых людей.

Эпидемиологическое содержание такого процесса связано с отображением, как в календарном времени « t », так и во «внутреннем времени « τ », которое фиксирует развитие инфекционного заболевания у инфицированных людей.

Система уравнений, которая описывает развитие эпидемического процесса, представляет собой систему нелинейных уравнений, схожих с уравнениями гидродинамики.

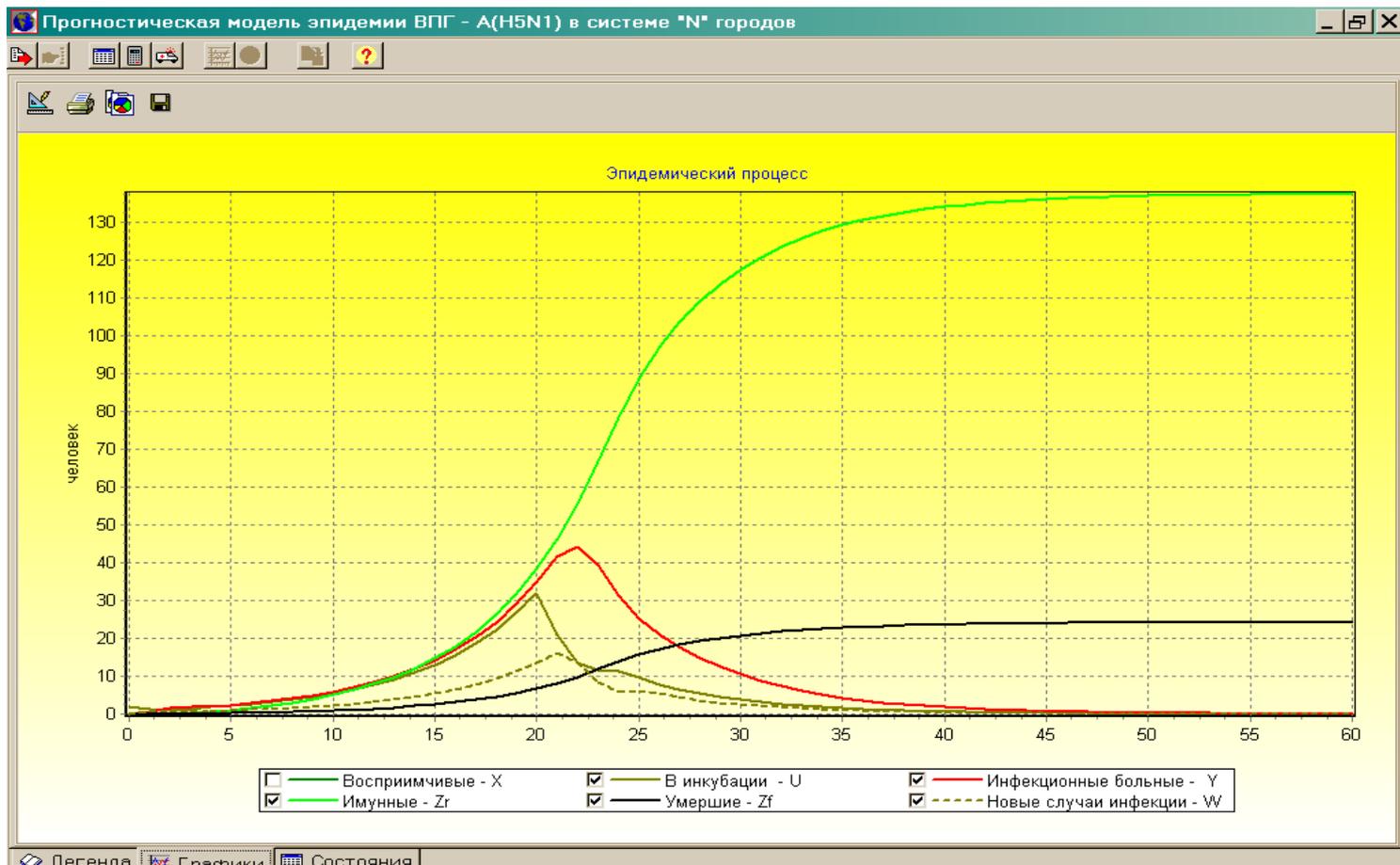
Модели эпиддинамики

Математическая модель акад.О.В.Барояна и проф.Л.А.Рвачева для эпидемии гриппа представляет собой систему нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных с граничными и начальными условиями:

Эпидем.процесс	a) $dX(t)/dt = - [\lambda/P(t)] \times [X(t) \times \int Y(\tau,t)d\tau];$ b) $\partial U(\tau,t)/\partial \tau + \partial U(\tau,t)/\partial t = - \gamma(\tau) \times U(\tau,t);$ c) $\partial Y(\tau,t)/\partial \tau + \partial Y(\tau,t)/\partial t = \gamma(\tau) \times U(\tau,t) - \delta(\tau) \times Y(\tau,t);$ d) $dZ(t)/dt = \int \delta(\tau) \times Y(\tau,t)d\tau;$
Граничные условия	a) $U(0,t) = [\lambda/P(t)] \times [X(t) \times \int Y(\tau,t)d\tau];$ b) $Y(0,t)=0;$
Начальные условия	a) $X(t_0) = \alpha \times P(t_0); Z(t_0) = (1-\alpha) \times P(t_0);$ b) $U(\tau,0) = U(\tau);$ при $0 < \tau < \tau_u;$ c) $Y(\tau,0) = Y(\tau);$ при $0 < \tau < \tau_y,$

где $t_0 > 0$ – календарное время развития эпидемии (дни); $\tau_0 > 0$ – «внутреннее» время развития инфекционного процесса; λ – средняя частота передачи возбудителя от инфекционных больных Y к восприимчивым X ; $\gamma(\tau)$ – функция развития периода инкубации; $\delta(\tau)$ – функция развития инфекционного периода; P – население территории, пораженной гриппом; $\alpha > 0$ – доля восприимчивых среди населения; Z – выздоровевшие.

Модели эпиддинамики



Из модели следует, что за 2 месяца эпидемии в городе (300 тыс ч) погибнет не более 30 человек, а пик «подавленной» эпидемии по числу новых случаев заболевания ожидается на уровне до 15 чел/день на 21-ый день после заноса инфекции. Всего в городе заболеет не более 140 чел, а максимальное число больных будет составлять не менее 45 чел, которых можно эффективно изолировать в инфекционных больницах города. Эпидемия полностью купируется за 50 дней с учетом мер противодействия.

Модели эпидемии

Основная проблема таких моделей состоит в том, что предсказания, полученные с их помощью, очень чувствительны ко входным параметрам (R_0 , T_{inf} , β , γ , σ ...).

Эти параметры можно измерить лишь *эмпирическим* путем, т.е. собрав достаточную статистику. Статистические данные собираются в тех странах, где вирус уже достаточно сильно распространен.

Применять эти параметры напрямую для моделирования ситуации в другой стране неверно, так как при этом не учитываются региональные особенности, средний иммунитет людей, возможные мутации вируса. Например, высказывается мнение, что прививки от туберкулеза (БЦЖ) могут значительно снизить тяжесть симптомов COVID-19.

Математические модели не учитывают большого количества нюансов, которые потенциально могут повлиять на темпы распространения вируса (например, наличие мест высокой концентрации людей, типа школ, магазинов, транспорта и т. д.).

Но простые модели вполне дают понять общий вид процесса.

Системная динамика

- представляет собой эффективный и универсальный метод системного анализа окружающего мира с практически неограниченными возможностями применения в сфере бизнеса, государственного управления, экологии, социологии – там, где требуется принятие управленческого решения в условиях высокой неопределённости и повышенной сложности.

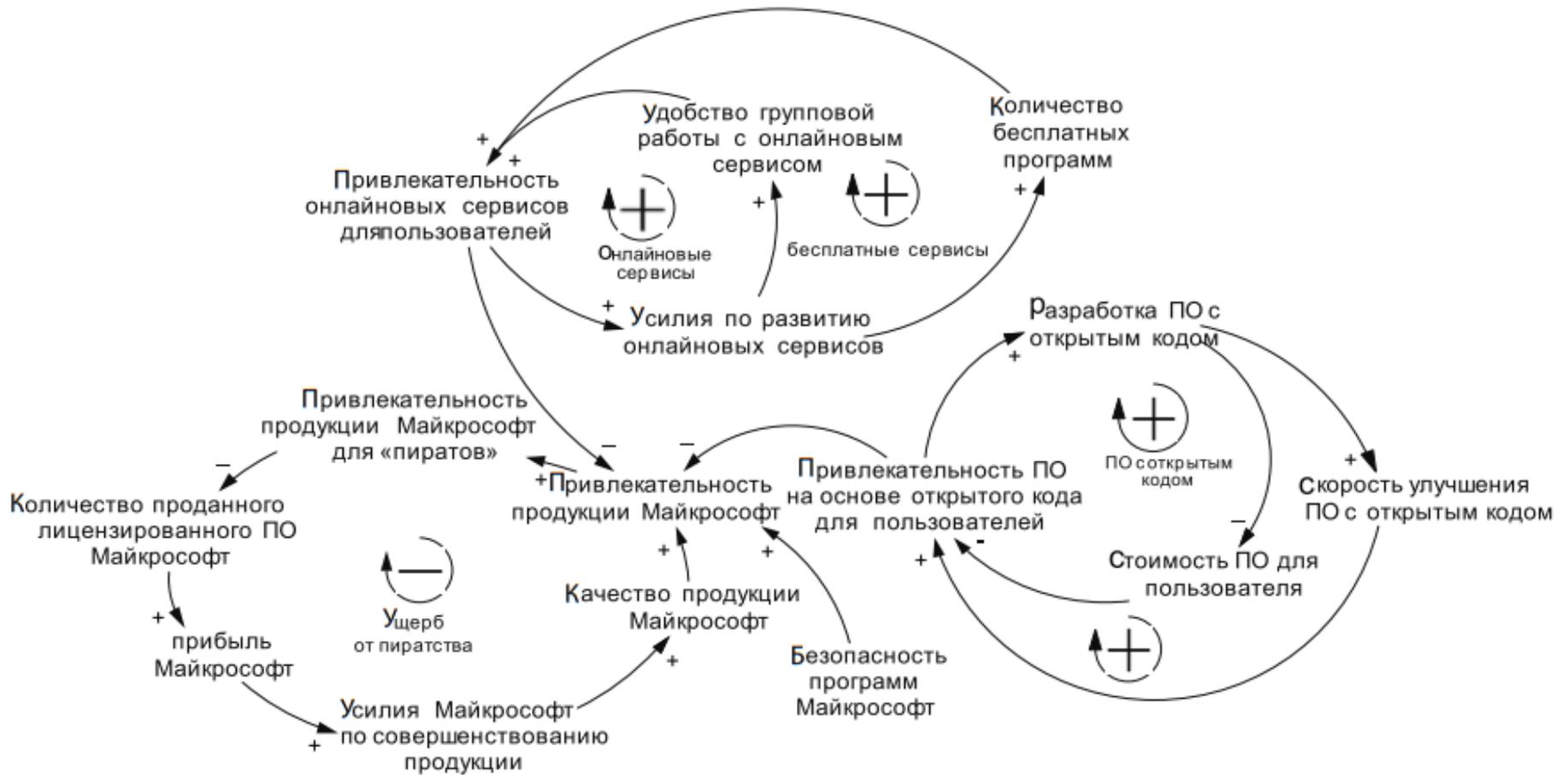
Модели системной динамики

Методология *качественного* аспекта системно-динамического анализа — построение *причинно-следственных диаграмм*.

Динамика поведения сложных систем в принципе описывается взаимодействием двух типов обратной связи — самовоспроизводящейся (reinforcing) и балансирующей (balancing), т. е. самокорректирующейся.

Причинно-следственные диаграммы состоят из переменных и связей между ними с определенной полярностью (положительной / отрицательной), но представляют собой эффективный инструмент для объяснения структуры процессов сложных систем.

Модель стратегии развития Microsoft



Модели системной динамики

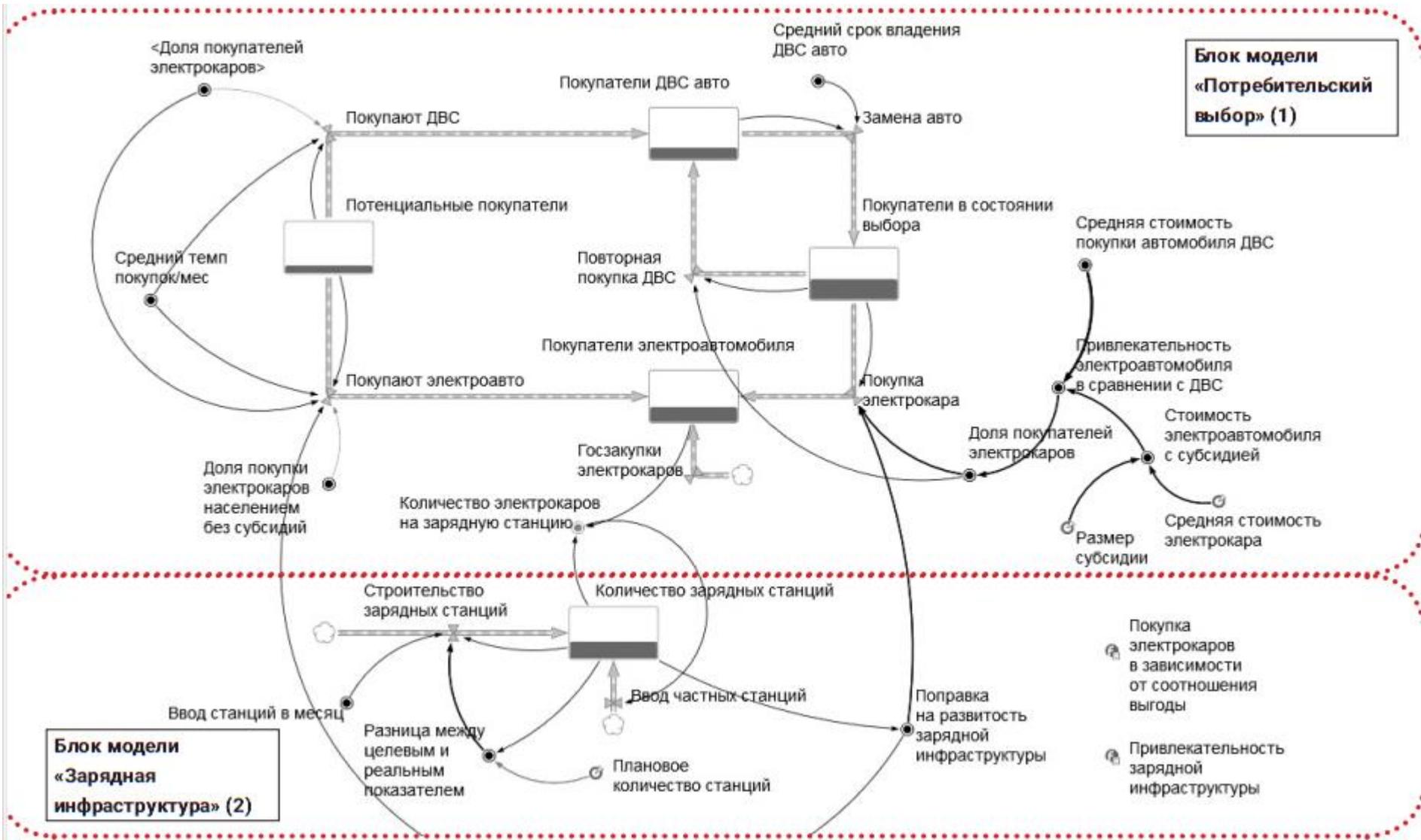
В основе модели системной динамики распространения электромобилей в регионе лежит модифицированная модель диффузии инновационных продуктов Ф. Басса.

Между парком электромобилей и зарядной инфраструктурой существует отрицательная обратная связь. Между парком электромобилей и субсидированием существует положительная обратная связь.

Классическая модель Ф. Басса предполагает, что любой рынок можно представить в виде как минимум двух переменных — количества потенциальных и фактических покупателей. Интенсивность перетоков между данными категориями зависит от некоторого числа факторов.

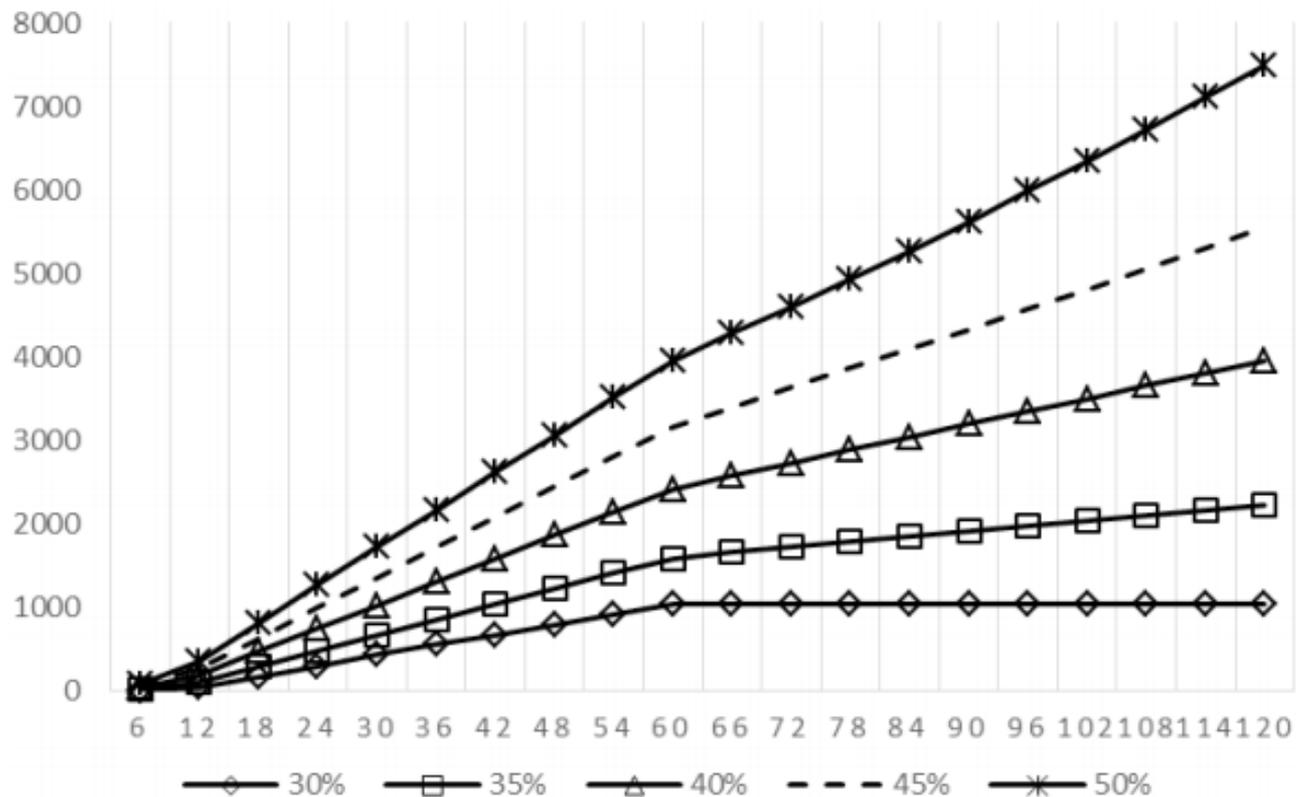
Такой подход актуален для определения инструментов стимулирования спроса в регионах с низким уровнем развития электро-транспорта и зарядной инфраструктуры, для которых не имеется достаточных данных для применения эконометрических методов прогнозирования спроса.

Модели системной динамики



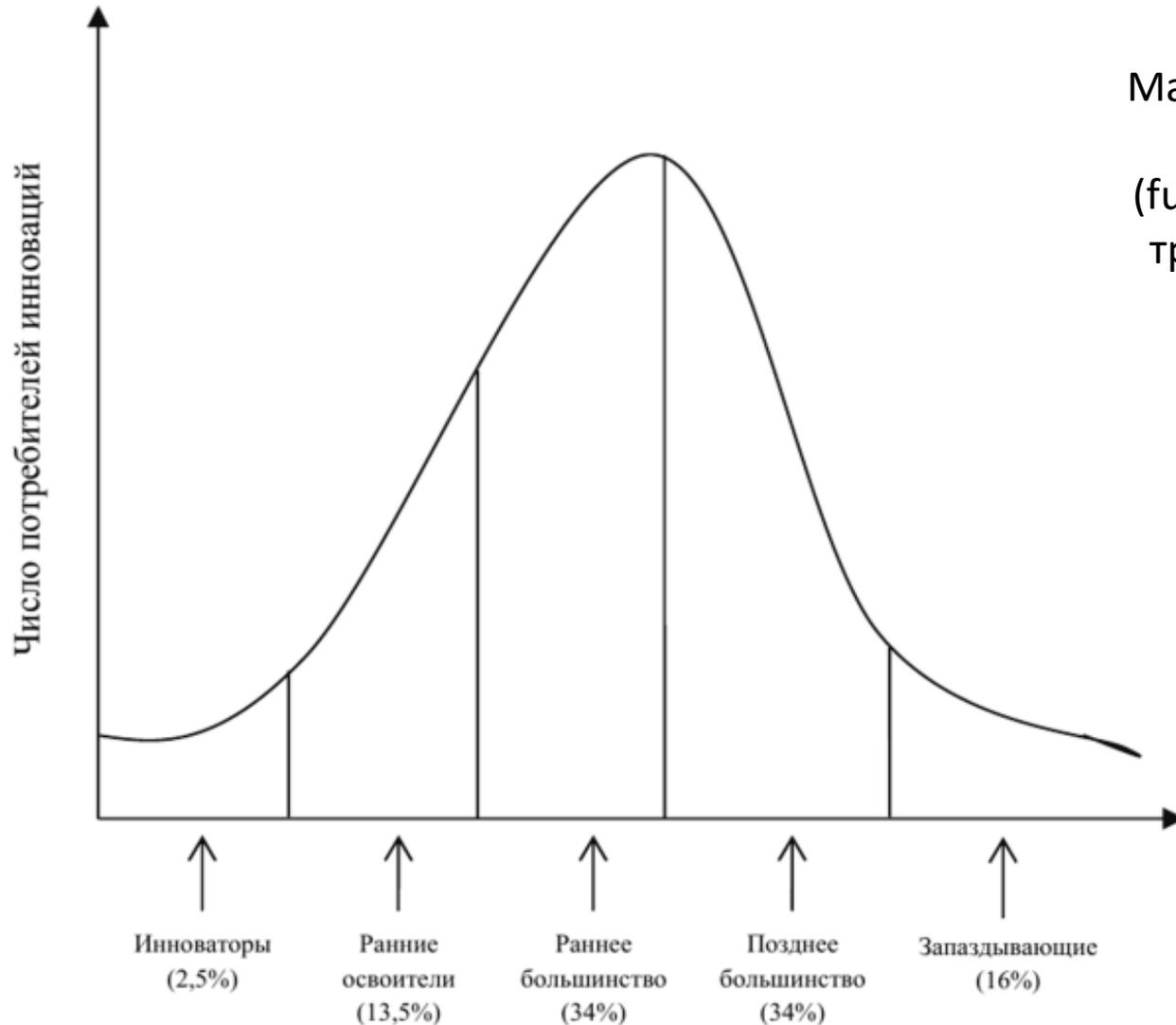
модель системной динамики продаж электромобилей в регионе

Модели системной динамики



Анализ чувствительности модели
в зависимости от размера субсидирования стоимости электромобиля
(диапазон субсидии в размере 30 — 50 % от стоимости электромобиля, шаг в 5 %):
по горизонтальной оси — время (120 мес.),
по вертикальной оси — количество покупателей электромобилей (покупателей в месяц)
в зависимости от уровня субсидирования

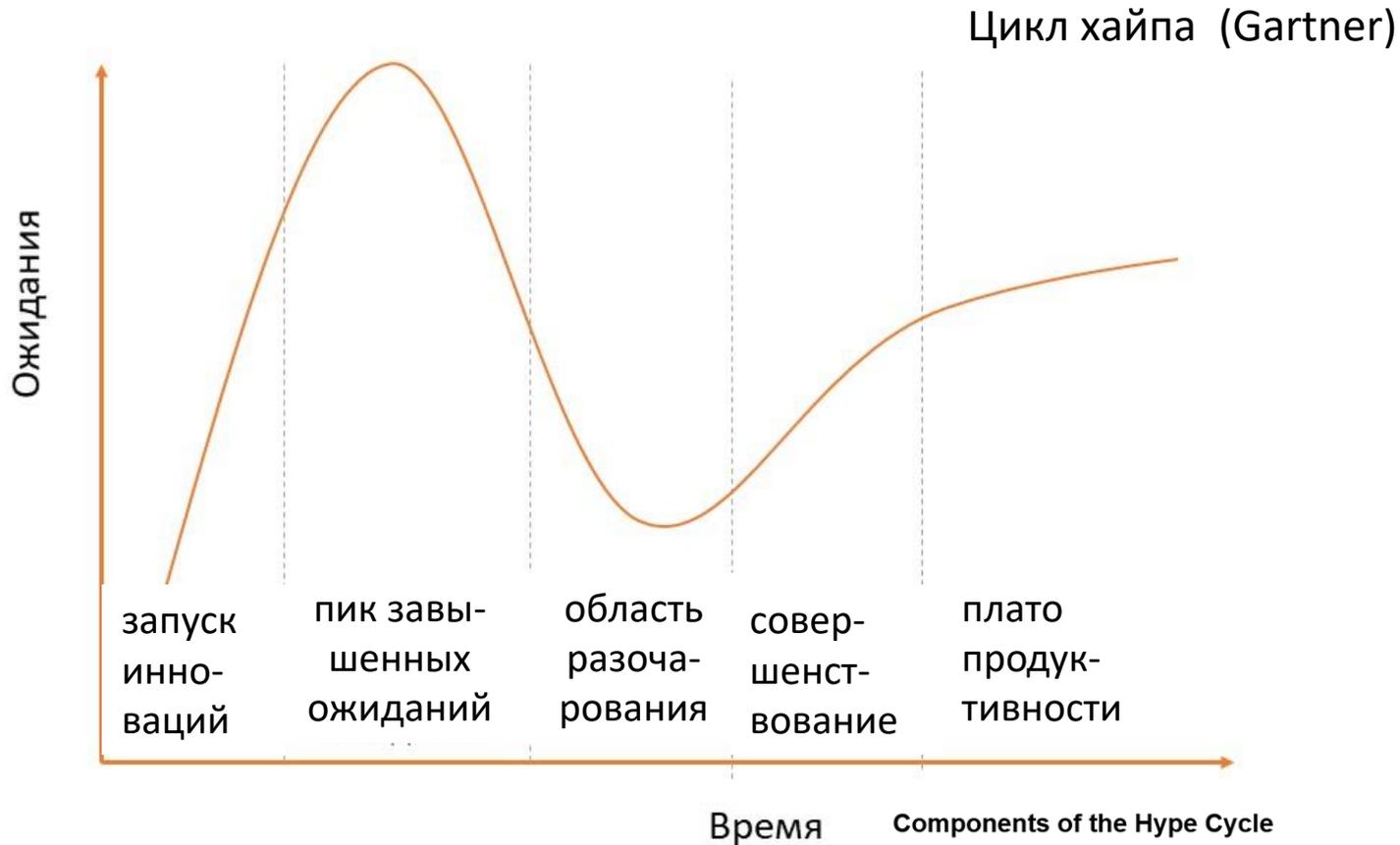
Модель динамики инноваций



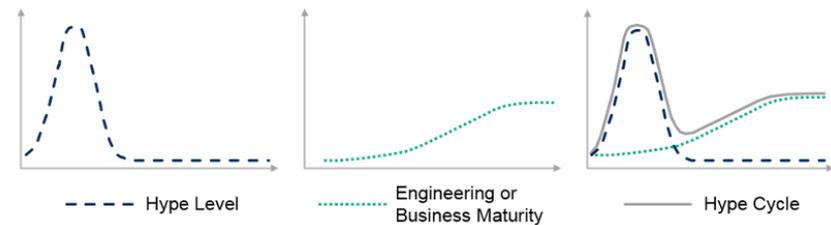
Маркетинговые прогнозы (future studies): трендвотчинг и форсайт

Кривая диффузии инноваций Эверетта Роджерса

Модель динамики инноваций

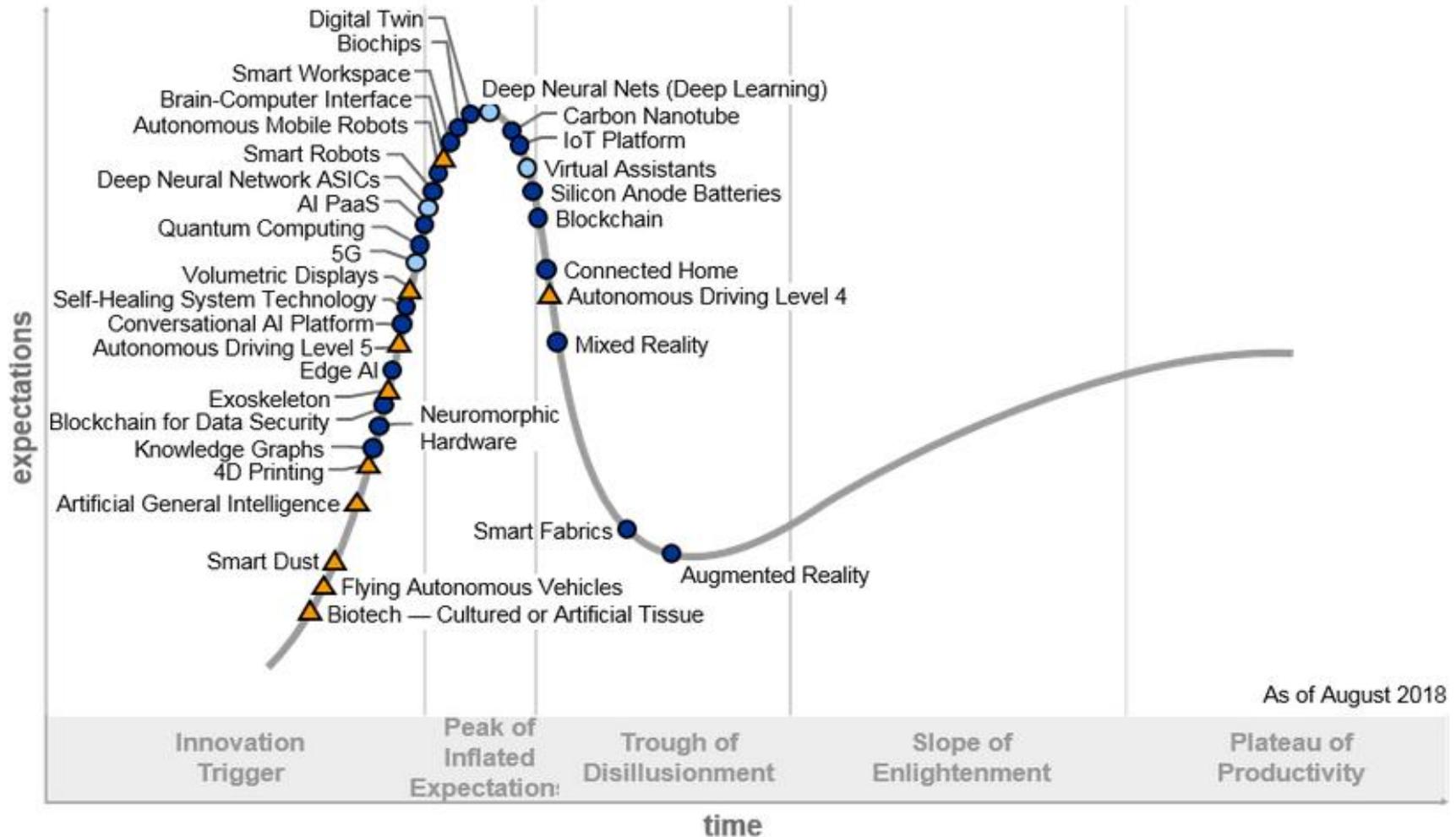


Components of the Hype Cycle



Модель динамики инноваций

Hype Cycle for Emerging Technologies, 2018



As of August 2018

Plateau will be reached:

○ less than 2 years ● 2 to 5 years ● 5 to 10 years ▲ more than 10 years ⊗ obsolete before plateau

Экосистемы, динамика, модели

Ситуация: В середине 1950-х 9 из 10 жителей о. Борнео (Бруней) болели малярией. В 1955 г. по решению Всемирной Организации Здравоохранения на острове начали распылять диелдрин (пестицид) для борьбы с комарами — переносчиками малярии. Болезнь была побеждена, но...

Последствия: От диелдрина погибли и многие насекомые, включая мух и тараканов. Далее погибли ящерицы, наевшись отравленных насекомых. После чего погибли кошки, наевшись ящериц. В отсутствие кошек стали размножаться крысы — начались набеги на деревни, вскоре возникла угроза эпидемии чумы. Для борьбы с крысами ВОЗ пришлось завозить на остров кошек.

Дополнительным побочным последствием стало массовое обрушение крыш домов жителей острова: от диелдрина погибли осы и другие насекомые, питавшиеся гусеницами, что привело к резкому росту популяции гусениц, которые проедали ходы в листьях, из которых жители острова делали кровлю крыш.

Распределенная архитектура

В настоящее время реализуются системы *параллельного и распределённого имитационного* моделирования.

Параллельное моделирование предполагает, что имитационная модель выполняется на нескольких процессорах.

Выполнение имитационной модели на нескольких компьютерах, объединённых в сеть, - это распределённое имитационное моделирование.

Объединение нескольких имитационных систем в одну распределённую среду вызвано необходимостью связи нескольких тренажёров, имитирующих управление автомобилем, танком, коллективом и т.д.

Например, моделирование транспортной инфраструктуры города следует рассматривать неразрывно с подсистемой электроснабжения и с другими инфраструктурами.

Распределенная архитектура

Возможные варианты распределения вычислений между узлами:

А) Выполнение параллельно с ходом имитационного эксперимента специализированных функций: генерация псевдослучайного числа, управление списком будущих событий, сбор статистических данных. Выигрыш во времени моделирования в этом случае получается небольшим.

Б) При декомпозиции иерархической модели произвести декомпозицию события на подсобытия (sub-event). Эти подсобытия следует выполнять параллельно (иерархическая декомпозиция). Выигрыш во времени при декомпозиции зависит от самой модели.

В) Несколько имитационных прогонов последовательной имитационной модели при эксперименте выполняются на нескольких процессорах (распараллеливание репликаций).

Г) Распределение на уровне объектов (процессов) означает, что часть объектов одной модели выполняется на одном сервере, а часть на других с необходимостью синхронизации модельных часов.

Распределенная архитектура

Алгоритмы синхронизации делятся на консервативные и оптимистические. В оптимистическом алгоритме все модельные процессы идут независимо, но если процесс получает синхро-событие, имеющее временную отметку меньшую, чем уже обработанные события, он выполняет откат и обрабатывает свои события повторно, но теперь в обновленном хронологическом порядке.

Имитационные модели объединяются с помощью дополнительных программных средств (HLA, High Level Architecture).

Компонентами моделирования являются федераты, а объединение федератов называют федерацией.

Федераты одной федерации могут быть разнородными.

Обмен данными между федератами и исполнение федератов в едином модельном времени выполняется с помощью программной оболочки RTI.

Интерфейс HLA представляет разработчику низкоуровневый набор примитивов, который удобен для сопряжения имитационных моделей, реализуемых различными разработчиками.

Распределенная архитектура

Архитектура HLA была разработана по заказу Министерства обороны США для унификации и повторного использования моделей, применяемых в военных целях. Потом эта архитектура была стандартизована институтом IEEE как стандарт 1516, например, версия IEEE 1516-2010.

HLA представляет объектно-ориентированную систему, которая может применяться для построения моделей на различных языках, поддерживающих концепцию ООП (C++, Java и т.п.).

Модель, основанная на архитектуре HLA – федерация – состоит из независимых федератов – основных модельных блоков. Требования HLA ограничивают возможности взаимодействия между федератами только средствами, предоставляемыми HLA RTI (Run-Time Infrastructure). Всё необходимое для работы отдельно взятого федерата в составе любой модели может быть описано и документировано в терминах, определяемых стандартом HLA и не должно зависеть от конкретной реализации RTI. HLA не накладывает никаких ограничений на внутреннюю организацию федератов (составных моделей).

Распределенная архитектура моделирования

Название RTI	Разработчик	Версия стандарта HLA	Тип лицензии
ARTIS GAIA	University of Bologna	DMSO 1.3	Открытый код
CERTI	ONERA	DMSO 1.3, IEEE 1516 2000	GPLv2
EODiSP	P&P Software	IEEE 1516 2010	GPL
MAK	MAK Technologies	DMSO 1.3, IEEE 1516 2000, HLA Evolved (2010)	Коммерческая
NCWare	Nextel	IEEE 1516 2000	Коммерческая
Portico	Portico	DMSO 1.3, IEEE 1516 2000	CDDL
pRTI	Pitch Technologies	DMSO 1.3, IEEE 1516 2000, HLA Evolved (2010)	Коммерческая
RTI NG Pro	Raytheon	DMSO 1.3, IEEE 1516 2010	Коммерческая
ИМС СКМ	РусБИТех	IEEE 1516 2010	Коммерческая