Синтез системы чтения информации с диска является примером оптимизации и принятия компромиссных решений. Система должна точно позиционировать считывающую головку и в то же время обладать способностью уменьшать влияние изменения параметров и внешних ударов и вибраций

Исследование реакции системы на возмущения и ее поведение при изменении параметров

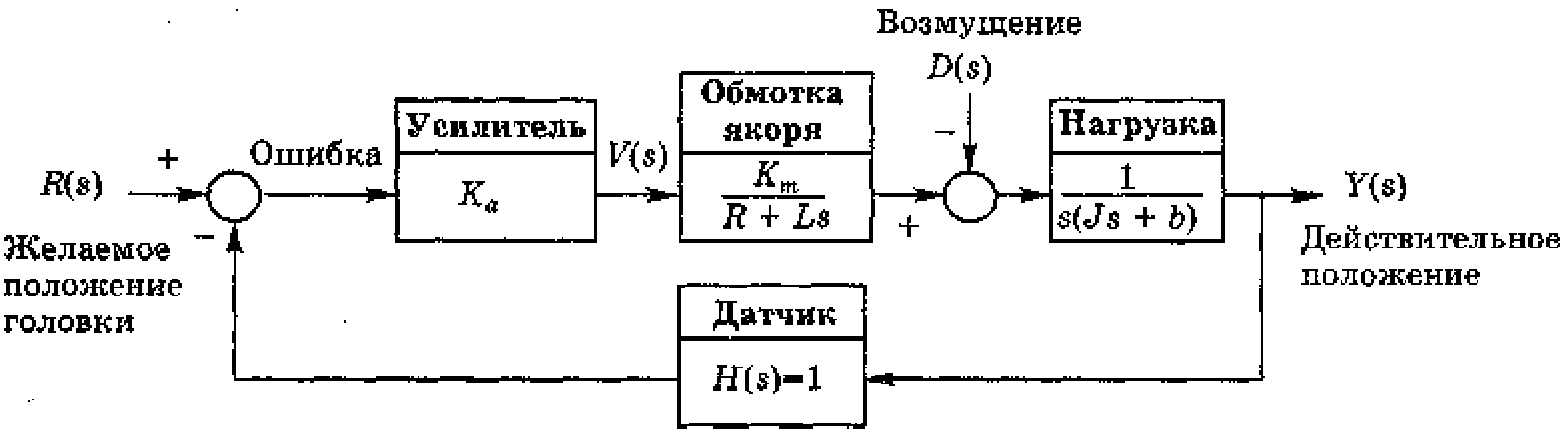


Рис. Система управления положением считывающей головки

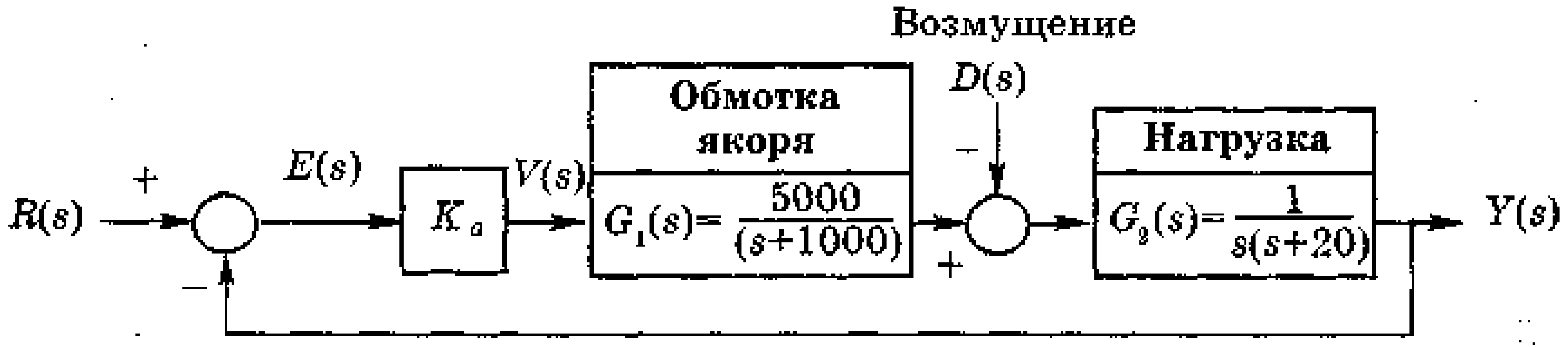


Рис.   Система управления положением считывающей головки с учетом параметров

Определим установившуюся ошибку при единичном ступенчатом входном воздействии, $R(s) = 1/s$, полагая $D(s) = 0$, $H(s) = 1$,

-
- $W_{\varepsilon}(S) = \frac{E(S)}{R(S)} = \frac{1}{1+W_{\text{пр}}} = \frac{1}{1+K_a G_1(S) G_2(S)}$
-
- $E(S) = \frac{1}{1+K_a G_1(S) G_2(S)} R(S)$
- $\varepsilon_{\text{уст}} = \lim\limits_{t\to\infty} \varepsilon(t) =$ на основании теоремы о конечном значении $=$
-
- $= \lim\limits_{S\to 0} E(S)S = \lim\limits_{S\to 0} E(S)S\frac{1}{S} = \lim\limits_{S\to 0} \frac{1}{1+K_a G_1(S) G_2(S)} =$
-
- $=\lim\limits_{S\to 0} \frac{(S+1000)S(S+20)}{K_a 5000+(S+1000)S(S+20)}$

Отсюда следует, что e(∞) = 0 несмотря на любые изменения параметров системы

Точность автоматических систем

1. Постоянные ошибки. Астатические системы

Среди типовых режимов работы АС, определяющих точность АС, простейшими являются режимы работы при постоянном входном воздействии, нарастающим с постоянной скоростью.

Точность – значение ошибки в установившемся режиме.

Найдём установившуюся ошибку при постоянном входном воздействии:

$$g(t) = g_0 = const \qquad g(S) = \frac{g_0}{S}$$

Пусть имеется ПФ системы общего вида:

$$W(S) = \frac{K \cdot L(S)}{N(S)}$$

$$L(S) = a_n S^n + a_{n-1} S^{n-1} + \ldots + 1$$

$$W(S) = b_m S^m + b_{m-1} S^{m-1} + \ldots + 1$$

Если речь идёт об установившейся ошибке, то передаточная функция по ошибке:

$$W_{\varepsilon}(S)=\frac{1}{1+W(S)}=\frac{\varepsilon(S)}{g(S)}=\frac{1}{1+\dfrac{K\cdot L(S)}{N(S)}}=\frac{N(S)}{N(S)+K\cdot L(S)}$$

$$\varepsilon_{уст}=\lim_{t\to\infty}\varepsilon(t)=\lim_{S\to 0}\varepsilon(S)\cdot S=\lim_{S\to 0}\left(\frac{N(S)}{N(S)+K\cdot L(S)}\cdot S\cdot\frac{g_0}{S}\right)=\frac{1}{1+K}\cdot g_0=const$$

$\dfrac{1}{1+K}$ - статическая ошибка, $\varepsilon(S)=\dfrac{g(S)\cdot N(S)}{N(S)+K\cdot L(S)}$, $g(S)=\dfrac{g_0}{S}$

Рассмотрим установившуюся ошибку при входном воздействии изменяющемся с постоянной скоростью:

$$g(t) = g_0 + g_1 t \qquad g(S) = \frac{g_0}{S} + \frac{g_1}{S^2}$$

$$\varepsilon(S) = \frac{g(S) \cdot N(S)}{N(S) + K \cdot L(S)}$$

при подстановке в $\varepsilon_{уст}$ установившаяся ошибка неограниченно возрастает с течением времени. Для устранения этого явления необходимо, чтобы $N(S) = SN_1(S)$, то есть, в системе должны быть интеграторы. Такие системы называются астатическими.

$N(S) = SN_1(S)$

$N(S)=S^{\upsilon} N_1(S), \upsilon$ − порядок астатизма; $\upsilon = 0$ − статическая система

$$g_0: \ \varepsilon_{уст} = 0$$

$$g_0 + g_1 t: \ \varepsilon_{уст} = \frac{g_1}{K}$$ - ошибка по скорости

$$g_0 + g_1 t + g_2 t^2: \ \varepsilon_{уст} \to \infty$$

Таким образом, чем больше порядок астатизма, тем более сложный сигнал может отрабатывать АС без ошибки. Однако, одновременно с этим необходимо принимать меры по сохранению устойчивости.

Таблица величин ошибок:

$\nu \setminus g$	g_0	$g_0 + g_1 t$	$g_0 + g_1 t + g_2 t^2$
0	$\frac{1}{1+K}$		…
1	0	$\frac{1}{K}$	
2	0	0	$\frac{1}{K} const$

Во всех формулах для ошибок K стоит в знаменателе, K - коэффициент передачи в разомкнутой системе. Чем больше K, тем меньше ошибка. Часто K называется добротностью системы.

Всё вышесказанное относится к свойству астатизма по отношению к заданному воздействию g. Аналогичное рассмотрение можно провести по возмущению f.

Точность при гармоническом воздействии

Частотные характеристики замкнутой системы

$A_{замк}(\omega) = |W_{замк}(j\omega)|$ - АЧХ и ФЧХ

$\varphi_{замк}(\omega) = \arg W_{замк}(j\omega)$

содержат всю необходимую информацию о величине ошибки при отработке сигнала $g(t) = const$:

$g(t) = 1 \cdot \cos(\omega t + 0^0)$, $1 = A_{замк}(\omega)$, $0^0 = \varphi_{замк}(\omega)$

Установившаяся ошибки при произвольном входном воздействии

$$W_\varepsilon(S)=[W_\varepsilon(S)]_{s=0}+\left[\frac{dW_\varepsilon(S)}{dS}\right]_{S=0}\cdot S+\frac{1}{2}\left[\frac{d^2W_\varepsilon(S)}{dS^2}\right]_{S=0}\cdot S^2+\ldots+\frac{1}{i!}\left[\frac{d^iW_\varepsilon(S)}{dS^i}\right]_{S=0}$$

$$W_\varepsilon(S)=C_0+C_1S+\frac{C_2S^2}{2}+\ldots+\frac{C_iS^i}{i!}$$

C_i - коэффициенты ошибок (1)

С другой стороны, передаточная функция по ошибке:

$$W_\varepsilon(S)=\frac{N(S)}{N(S)+K\cdot L(S)}$$

поделив полином числителя на полином знаменателя по известному алгебраическому правилу, можно получить выражение (1)

С учётом того, что ошибка $\varepsilon(S)=W_{\varepsilon}(S)\cdot g(S)$ и, переходя к оригиналу, можно получить следующую формулу:

$$\varepsilon_{уст}=C_0\cdot g(t)+C_1\cdot g^{/}(t)+\frac{C_2}{2}\cdot g^{//}(t)+...+\frac{C_i}{i!}\cdot g^{(i)}(t) \quad (2)$$

То есть, установившаяся ошибка при произвольном входном сигнале $g(t)$ определяется по формуле (2) с коэффициентами ошибок.

ПРИМЕР

Пусть передаточная функция разомкнутой системы имеет вид:

$$W(S) = \frac{K}{S(1+T_1 S)(1+T_2 S)}$$

надо определить первые три коэффициента ошибок (для замкнутой системы): i=0,1,2.

$$W_\varepsilon(S) = \frac{1}{1+W(S)} = \frac{S(1+T_1 S)(1+T_2 S)}{K + S(1+T_1 S)(1+T_2 S)}$$

$$C_0 = 0\,,\ C_1 = \frac{1}{K}\,,\ \frac{C_2}{2} = \frac{1}{K}\left(T_1 + T_2 - \frac{1}{K}\right)$$

ПРИМЕР

Пусть передаточная функция замкнутой системы имеет вид:

$$W(S) = \frac{5S + 200}{0.001S^3 + 0.502S^2 + 6S + 200}$$

надо найти значение установившейся ошибки для входного сигнала $g(t) = 5 + 20t + 10t^2$

$$W_\varepsilon(S) = 1 - W_з(S) = \frac{0.001S^3 + 0.502S^2 + S}{0.001S^3 + 0.502S^2 + 6S + 200}$$

$$C_0 = 0\,,\ C_1 = \frac{1}{200}\,,\ \frac{C_2}{2} = 0.00236$$

$$\varepsilon_{уст} = C_0 \cdot g(t) + C_1 \cdot g^{/}(t) + \frac{C_2}{2} \cdot g^{//}(t) + \ldots + \frac{C_i}{i!} \cdot g^{(i)}(t)$$

$$g^{/}(t) = 20 + 20t$$

$$g^{//}(t) = 20$$

$$g^{///}(t) = 0$$

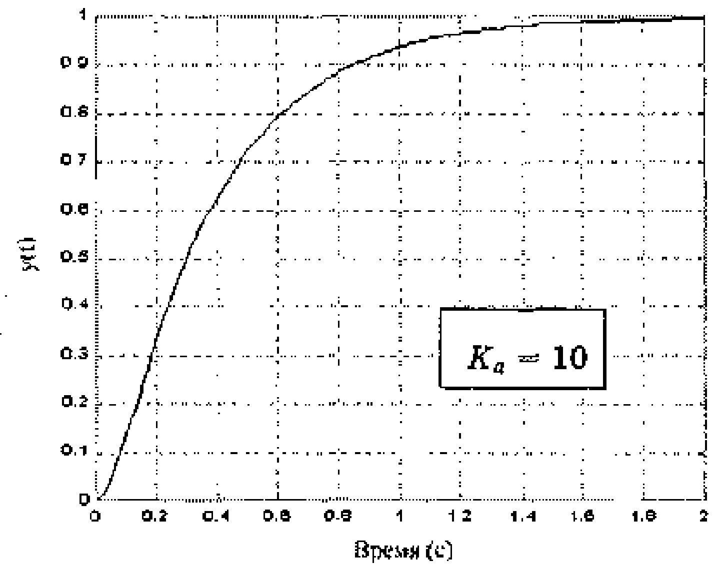
$$\varepsilon_{уст} = C_0 \cdot g(t) + C_1 \cdot g^{/}(t) + \frac{C_2}{2} \cdot g^{//}(t) = \frac{1}{200} \cdot (20 + 20t) + \frac{0.00236}{2} \cdot 20 =$$

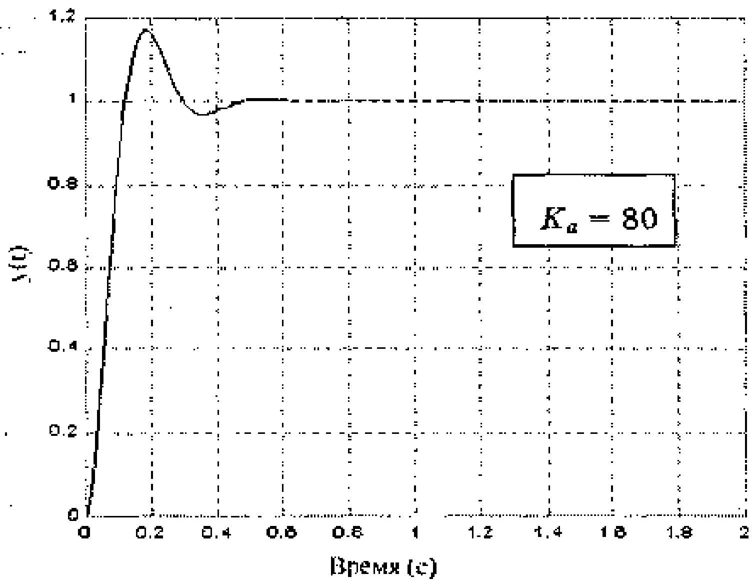
$$= 0.1472 + 0.1t$$

Исследуем переходную характеристику системы при разных значениях коэффициента K_a

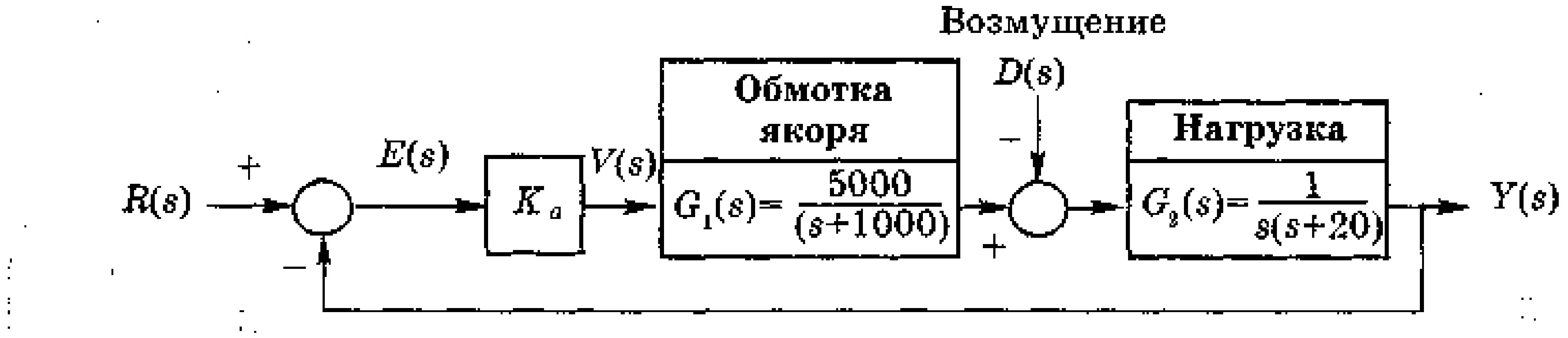
Передаточная функция замкнутой системы с учетом условия D(s) = 0

$$T(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{K_aG_1(s)G_2(s)}{1+K_aG_1(s)G_2(s)}=\frac{5000K_a}{s^3+1020s^2+20000s+5000K_a}.$$

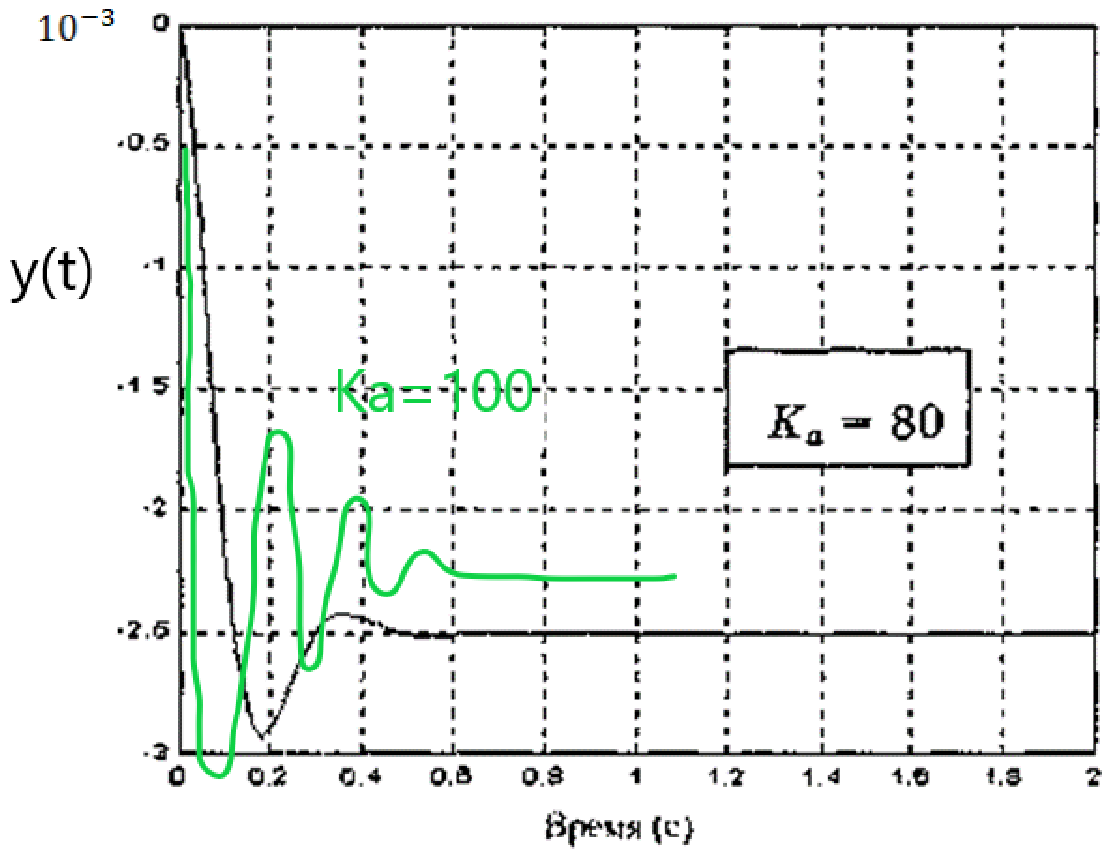




Оценка влияния возмущения D(s) = 1/s, полагая R(s) = 0



$$Y(s) = \frac{G_2(s)}{1 + K_a G_1(s) G_2(s)} D(s).$$

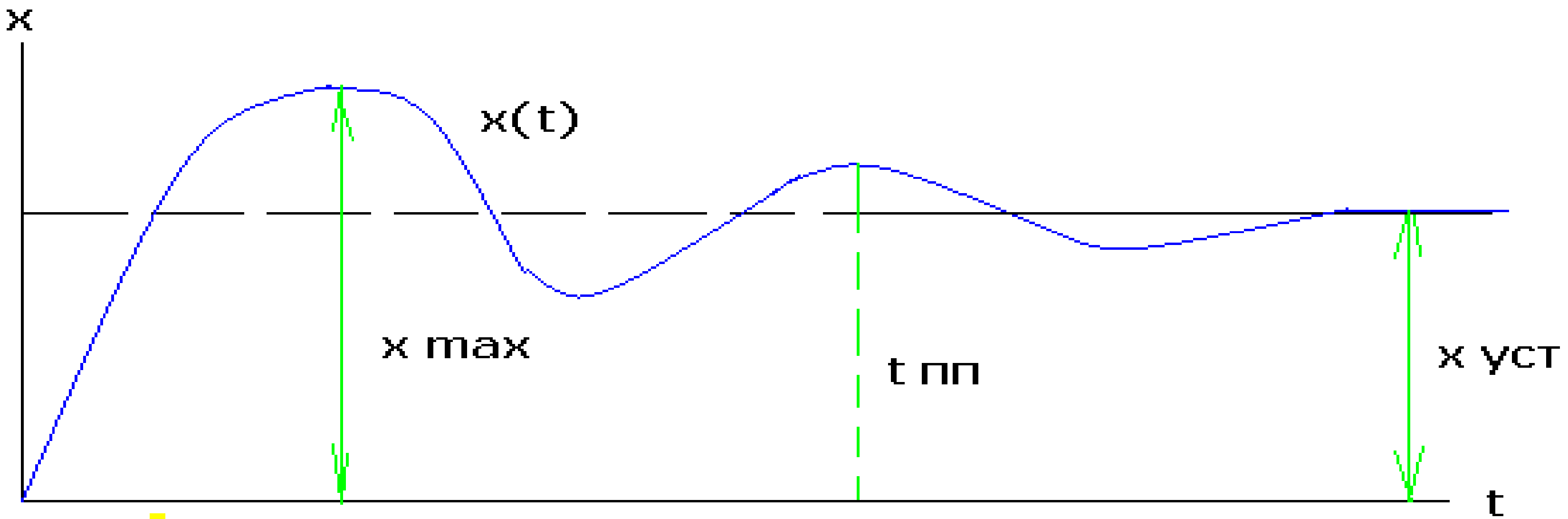


Чтобы еще сильнее уменьшить влияние возмущения, нам потребовалось бы взять коэффициент Ка больше, чем 80. Однако при этом реакция системы на сигнал r(t) = 1, t > O сильно колебательная

ВЫВОД: Ка надо уменьшать, с другой стороны – увеличивать!

Определение оптимального значения Ка на основе требований к быстродействию системы и величине перерегулирования

ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА



- $t_{пп}$ - время переходного процесса (установления);

$$|x(t) - x_{уст}| \leq \Delta$$

Δ 5% $x_{уст}$

Δ 2% $x_{уст}$

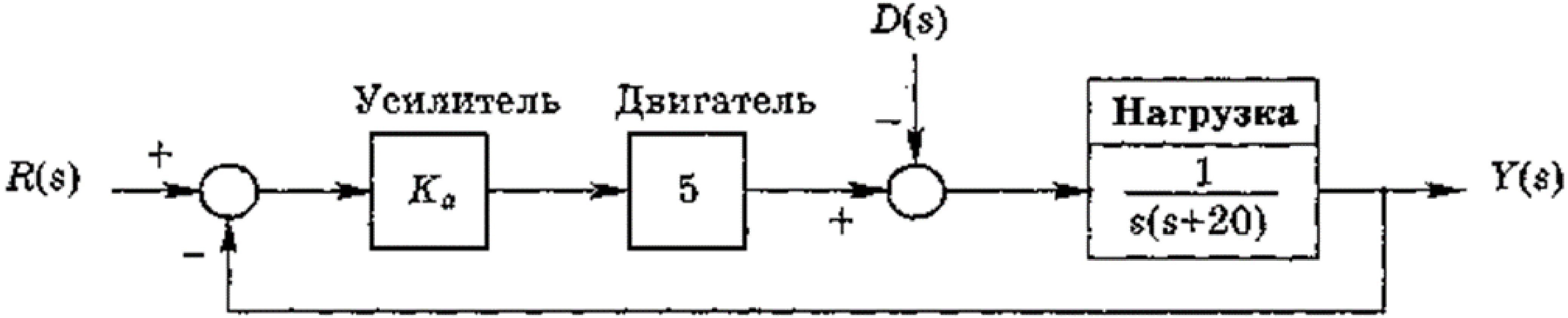
- $\delta = \dfrac{x_{\max} - x_{уст}}{x_{уст}} \cdot 100\%$

- N - число колебаний, $x(t)$ через $x_{уст}$, $t < t_{пп}$

Требования к переходной характеристике

Показатель качества	Желаемое значение
Относительное перерегулирование	Менее 5%
Время установления	Менее 250 мс
Максимальная величина реакции на единичное ступенчатое возмущение	Менее $5 \cdot 10^{-3}$

Рассмотрим модель второго порядка для двигателя и рычага, в которой пренебрегли индуктивностью обмотки двигателя. В этом случае замкнутая система имеет следующий вид:



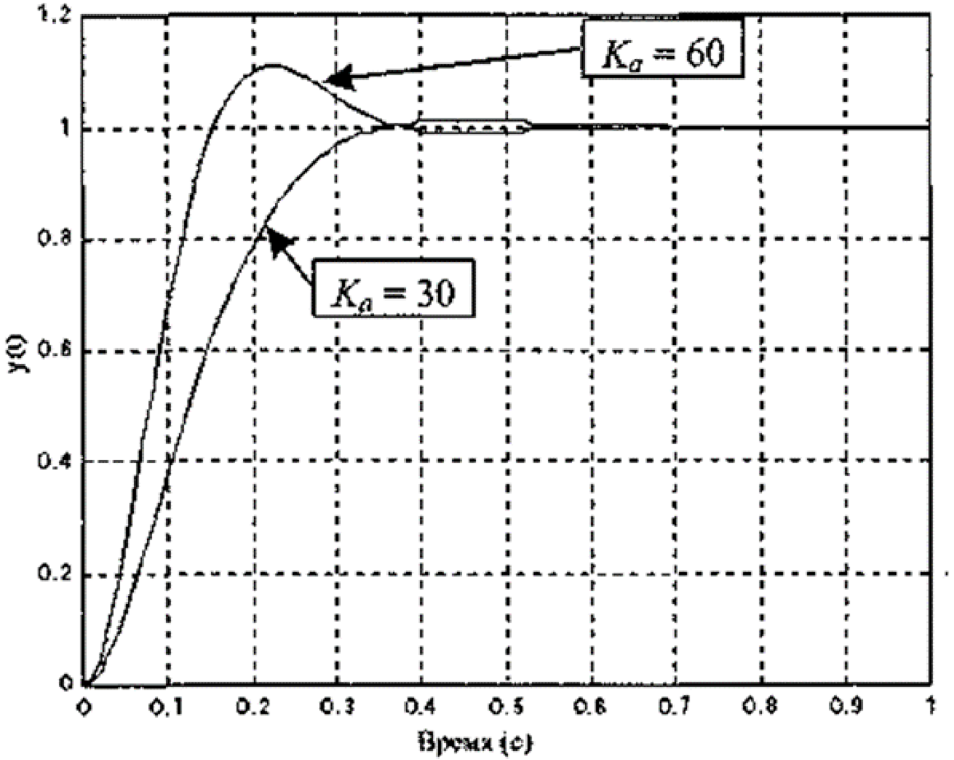
Для входной переменной при условии D(S)=0 можно записать:

$$Y(s) = \frac{5K_a}{s(s+20)+5K_a} \cdot R(s) = \frac{5K_a}{s^2+20s+5K_a} \cdot R(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2} \cdot R(s).$$

Реакция системы второго порядка на ступенчатый входной сигнал

Реакция системы на единичный ступенчатый входной сигнал, $r(t) = 1,\ t > 0$.

Реакции системы при $K_a = 30$ и $K_a = 60$



Реакция системы на единичное ступенчатое возмущение, $D(s) = 1/s$.

Реакции системы при $K_a = 30$ и $K_a = 60$

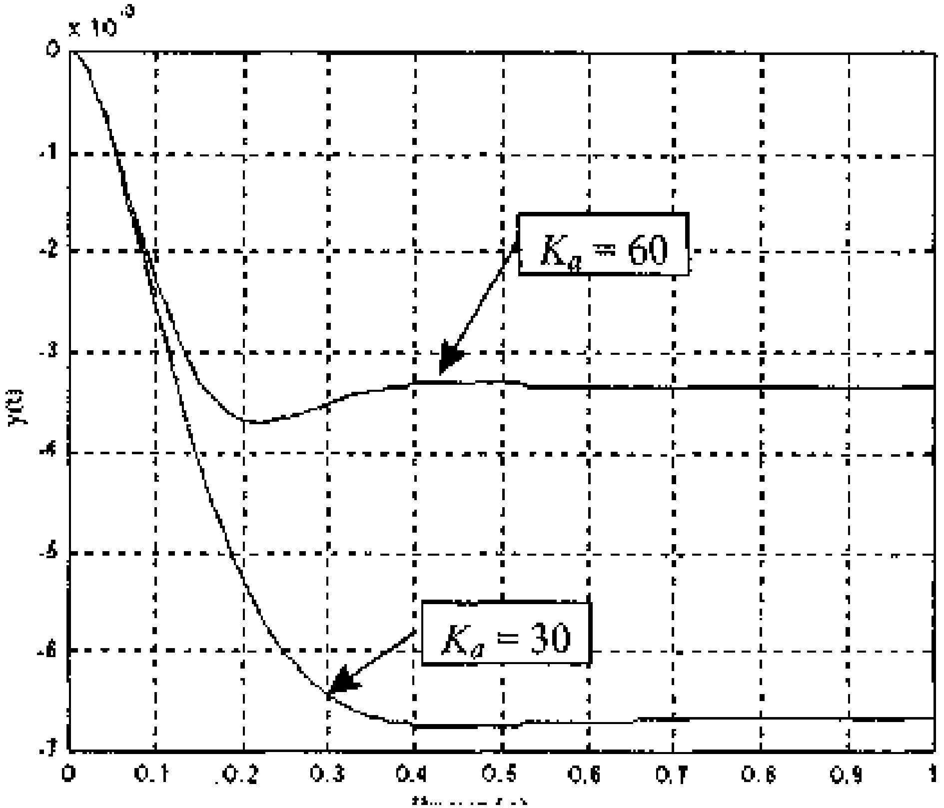


Таблица. Реакция системы второго порядка на ступенчатый входной сигнал

K_a	20	30	40	60	80
Относительное перерегулирование	0	1,2%	4,3%	10,8%	16,3%
Время установления (с)	0,55	0,40	0,40	0,40	0,40
Коэффициент затухания	1	0,82	0,707	0,58	0,50
Максимальное значение выходной переменной $y(t)$ при единичном ступенчатом возмущении	$-10\cdot10^{-3}$	$-6{,}6\cdot10^{-3}$	$-5{,}2\cdot10^{-3}$	$-3{,}7\cdot10^{-3}$	$-2{,}9\cdot10^{-3}$

ВСЕ ТРЕБОВАНИЯ НЕ УДОВЛЕТВОРЯЮТСЯ → ????