

# Моделирование СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Концепция моделирования

Фетисов Михаил Вячеславович  
fetisov.michael@bmstu.ru  
fetisov.michael@yandex.ru

# Виды моделей по связи с объектом исследования

- **Материальные** — всегда имеют материальную связь с объектом:
  - *Пространственная модель* — модель копирует пространственные координаты объекта и не выполняет никаких функций, свойственных объекту.
  - *Физическая модель* — модель имеет ту же природу, что исследуемый объект, но как правило, уменьшенных размеров
  - *Аналоговая модель* — имеет другую природу с объектом исследования, но обладает теми же основными свойствами (похожесть природных явлений)
- **Идеальные (мысленные)** — это представление объекта (явления), отражающее его существенные стороны, которое возникает в сознании человека в процессе познания:
  - *Формализованные* — модели, записанные с помощью формальных языков
  - *Неформальны* — модели в голове исследователя.

# Требования к модели (обычные)

- Эксперимент на модели должен быть проще, быстрее, экономичнее, либо безопаснее, чем эксперимент на оригинале
- Должно быть известно правило, по которому проводится расчёт параметров оригинала на основе испытания модели.

# Особенности моделирования

- Как правило модель строится для изучения какой-то одной стороны объекта (*уровень 1*)
- Для одного объекта может быть построено несколько разных моделей
- В процессе изучения свойств объекта модель выступает как самостоятельный объект исследования. Проводятся «модельные» эксперименты (*уровень 2*)
- В процессе применения моделей осуществляется перенос знаний с модели на оригинал — формирование множества знаний об объекте (*уровень 3*)
- Этот перенос проводится по определённым правилам. Знания о модели должны быть скорректированы с учётом тех свойств объекта-оригинала, которые не нашли отражения или были изменены при построении модели.

# Моделирование — циклический процесс

- При этом знания об исследуемом объекте улучшаются, а модель совершенствуется.

# Классификация моделей (основная)

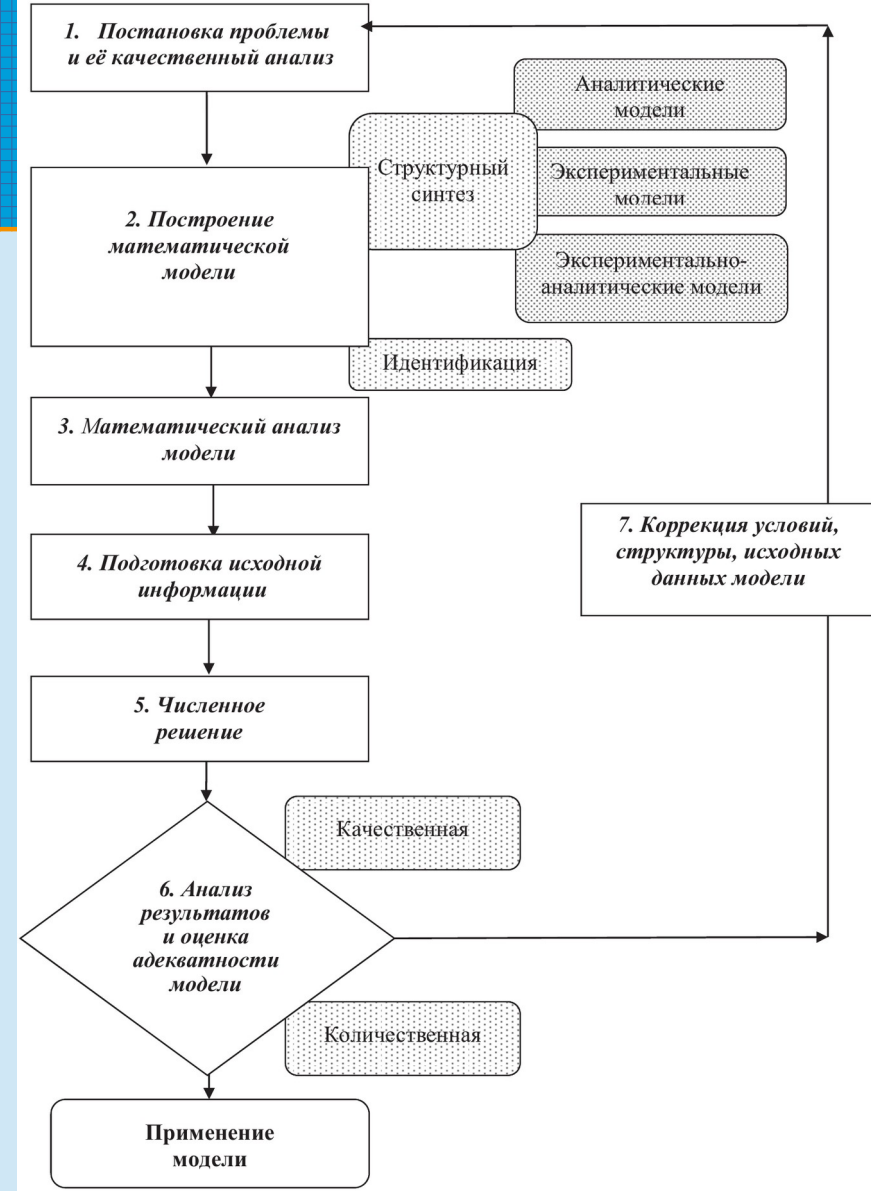
- По изменению входных величин объекта во времени: *статические* ( $y = f(x,a)$ )  
и *динамические*  $y = f(x,y',a)$
- По характеру математической зависимости: *линейные* и *нелинейные*
- По наличию случайной составляющей: *детерминированные* ( $y = f(x,a)$ )  
и *стохастические* ( $y = f(x,a) + \varepsilon$ )
- По изменению во времени параметров объекта: *стационарные* ( $y = f(x,a)$ ) и *нестационарные* ( $y = f(x,a(t))$ )
- По закону изменения параметров в пространстве: с сосредоточенными параметрами и с распределёнными параметрами

# Другие классификации

- По типам объектов:
  - теплообменные процессы (и модели теплообменных процессов),
  - массообменные процессы (модели массообменных процессов),
  - процессы перемещения (модели перемещения),
  - и т. д.
- По сопряжению с аппаратурой (полунатурные модели).  
Например: для проверки систем управления или для управления моделью (стенды для обучения человека)
- И т.д.

# Этапы построения модели

- В различных отраслях знаний можно выделить особенности в построении модели, но как правило есть общие правила.





# Перечень этапов

1. Постановка проблемы и её качественный анализ
2. Построение математической модели
3. Математический анализ модели (обоснование)
4. Подготовка исходной информации
5. Численное решение
6. Анализ численных результатов и их применение
7. Коррекция условий, структуры, исходных данных модели

# Постановка проблемы и её качественный анализ. Формулировка проблемы и целей

- В реальном объекте исследования существует множество процессов, поэтому нежно уточнить что же вы хотите
- Всё начинается с проблемы, которую необходимо решить
  - В первую очередь эту проблему необходимо сформулировать
  - Очень полезно понять с какой целью вы решаете эту проблему (подняться над проблемой); это поможет уточнить саму проблему
  - Далее необходимо определить перечень задач, решение которых позволит решить проблему
  - Для каждой задачи можно оценить её приоритет и способы решения

# Постановка проблемы и её качественный анализ. Уточнение задач

- Природа рассматриваемых математических переменных:
  - *детерминированные* — переменные с известными характеристиками, либо их величины поддаются точному измерению и управлению
  - *стохастические* — переменные с неизвестными характеристиками, величины не могут быть точно измерены и имеют случайный характер

# Построение математической модели.

## Стадии

- Как правило построение модели ведётся от простого к сложному и сверху вниз:
  - Сначала описывается основная конструкция всей модели
  - Уточняются детали — конкретный перечень переменных и параметров, форма связей
- *Структурный синтез* — формальная запись в математической форме всех процессов, явлений, связей, которые мы видим в объекте
- Упрощение модели, т. е. определение набора допущений, которые приемлемы для решения наших задач
  - Система допущений во многом определяет адекватность модели, т. е. Возможность применить её для решения задачи
  - Часто модели одного и того же явления или объекта различаются лишь потому, что в их основу положены различные допущения

# Построение математической модели. Балансы и соотношения

- При построении элементов модели опираются на *балансовые соотношения*.
  - материальные,
  - энергетические и
  - количества движения
- Затем эти элементы связывают через входные и выходные параметры (в векторной форме):
  - в общем случае:
  - через выходные переменные  $F(X, Y, a) = 0$  или  $F(X, Y, X', Y', t, a) = 0$ ,  
 $Y = f(X, a)$  или  $Y = f(X, X', Y', t, a)$ .

# Построение математической модели.

## Экспериментальные и аналитические модели

- *Аналитические модели* — модели при построении которых применяются только существующие, известные закономерности; каждая составляющая матрицы или векторов параметров  $a$  имеет определённый ясный содержательный смысл (физический, химический и т. д.). Обладают большой ценностью, отличной точностью, но сложны для разработки
- *Экспериментальные модели* — задаются формально, т. е. без связи с известными закономерностями, например, в виде полиномов и других аппроксимаций над табличными данными, полученными экспериментально. Иногда также обладают большой ценностью и бывают сложны для разработки.
- *Экспериментально-аналитические модели* — сочетание обоих подходов.

# Построение математической модели.

## Идентификация

- *Идентификация* — процесс определения параметров модели путём проведения точных экспериментов на специальном оборудовании, которое не является объектом моделирования
- Используется в экспериментальных и экспериментально-аналитических моделях
- Пример: подробная аналитическая модель летательного аппарата, характеристики планера для которой определяются в аэродинамической трубе на физической модели.

# Математический анализ моделей

- Цель этапа — выяснение общих свойств модели:
  - доказательство существования решений в сформулированной модели (теорема существования)
  - доказательство единственности решения
- Используются только математические приёмы исследования
- Если аналитическими методами не удаётся определить общие свойства модели (без потери её адекватности), то прибегают к численным методам



# Подготовка исходной информации

- Определение исходных и начальных данных для проведения моделирования

# Численное решение

- Проведение «модельных» экспериментов с использованием компьютера

# Анализ численных результатов и их применение

- Проверка адекватности
- Интерпретация вытекающих из модели выводов
- Достаточно ли хорошо полученные на модели результаты отражают положение дел для рассматриваемых задач (см. первый пункт)?

# Коррекция условий, структуры, исходных данных модели

- Недостатки модели, которые не удалось исправить на предыдущих этапах, исправляются здесь
- В общем процессе моделирования всегда возможен возврат на предыдущие этапы
- Цикличность работы с моделью, как правило, позволяет получить достаточно качественную («оптимальную») модель.

# Проверка адекватности модели

- *Проверка адекватности модели* — оценка соответствия результатов, полученных с помощью модели, результатам, полученным на реальном объекте

$R(Y^{расч}, Y^{эксн})$  – мера близости

$$R(Y^{расч}, Y^{эксн}) \leq \Delta$$

$$R = \sum_{i=1}^N \beta_i \cdot (y^{расч}(x_i) - y^{эксн}(x_i))^2$$

- Мера близости сравнивается с величиной погрешности
- Если условие выполняется, то модель считается адекватной (реальному объекту)
- Чаще всего используется квадратичная мера близости.

# Вопросы?

**Фетисов Михаил Вячеславович**  
[fetisov.michael@bmstu.ru](mailto:fetisov.michael@bmstu.ru)  
[fetisov.michael@yandex.ru](mailto:fetisov.michael@yandex.ru)