

Моделирование сложных систем

Математическое моделирование систем автоматического управления (САУ)

Фетисов Михаил Вячеславович

fetisov.michael@bmstu.ru

fetisov.michael@yandex.ru

Система управления

Определения

- *Система управления* — систематизированный (строго определённый) набор средств для управления подконтрольным объектом (*объектом управления*), предназначенный для достижения заданных целей
- Объектом системы управления могут быть как технические объекты, так и люди
- Объект системы управления может состоять из многих объектов, в том числе со своими системами управления.

Система управления

Основные классы

- *Автоматизированная система управления (АСУ)* — система управления с участием человека в контуре управления
- *Система автоматического управления (САУ)* — система управления без участия человека в контуре управления.

Теория автоматического управления (ТАУ)

Определения

- Проектирование система управления технологическими процессами в различных отраслях производства проводится в соответствии с теорией автоматического управления
- *Теория автоматического управления (ТАУ)* — научная дисциплина, которая изучает процессы автоматического управления объектами разной физической природы
- В ТАУ при помощи математических средств выявляются свойства систем автоматического управления и разрабатываются рекомендации по их проектированию.

Система автоматического управления

Основная цель

- **Основная цель системы автоматического управления** любым объектом или процессом состоит в том, чтобы непрерывно поддерживать с заданной точностью требуемую функциональную зависимость между управляемыми переменными, характеризующими состояние объекта, и управляющими воздействиями в условиях взаимодействия объекта с внешней средой.

Отличие системы автоматического управления (САУ) от системы автоматического регулирования (САР)

- Отличие системы автоматического управления (САУ) от системы автоматического регулирования (САР) заключается в их назначении и уровне сложности
- САУ предназначены для автоматического изменения одной или нескольких координат объекта управления для поддержания желаемого режима работы; они сложнее как в отношении выполняемых задач, так и структуры
- САР обеспечивают постоянство какой-либо физической величины (группы величин) в объекте управления; они предназначены для реализации относительно простых функций управления отдельными величинами и процессами
- САР являются подмножеством САУ.

Система автоматического регулирования

Основные цели

- Обеспечение устойчивости системы
- Обеспечение желаемых показателей качества переходных процессов регулирования в замкнутой системе по каналу управления («задание — выход»), так и по каналам возмущений

Система автоматического регулирования

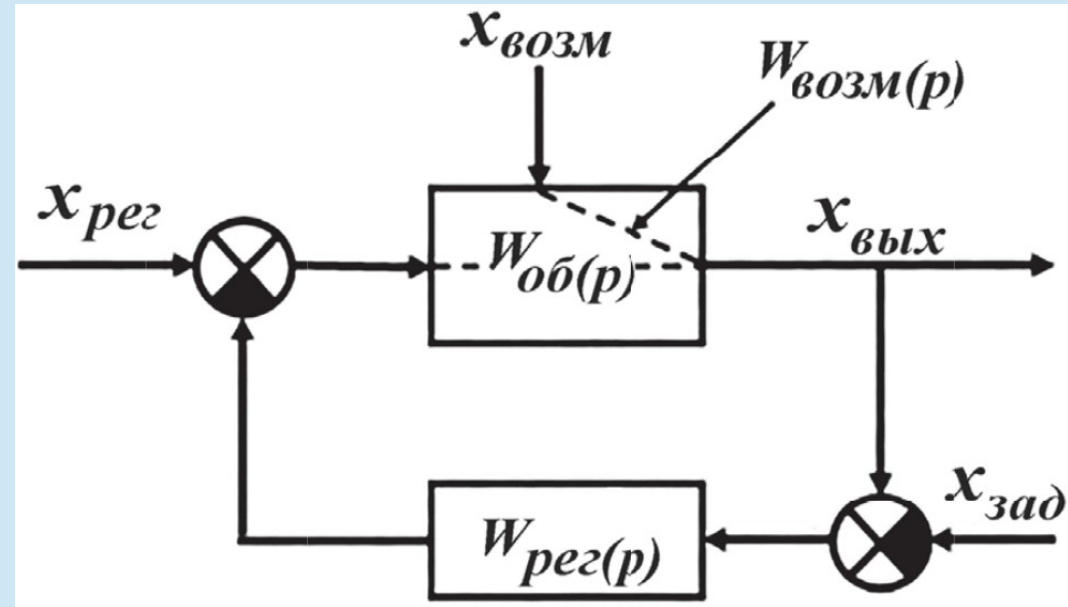
Задачи реализации цели регулирования

- Выбор принципа управления
- Детальное изучение динамических характеристик объекта управления
- Настройка управляющего устройства (регулятора) под свойства управляемого объекта.

Задача 1

Выбор принципа управления

- Из ТАУ известно, что с точки зрения обработки любого количества возмущений оптимальной является замкнутая САУ, работающая по принципу отклонения (принцип И.И. Ползунова)



Задача 2: Детальное изучение динамических характеристик объекта управления

- Решается путём математического моделирования поведения объекта управления в динамике по всем его каналам
- Чтобы упростить математическую модель основываются на «методе малых отклонений», который позволяет проводить линеаризацию нелинейных дифференциальных уравнений, моделирующих поведение объекта управления
- Применения этого метода обосновал в своих работах Иван Алексеевич Вышеградский:
 - В замкнутых автоматических системах регуляторы должны обеспечивать малые отклонения регулируемых параметров объекта от их постоянных значений в состоянии равновесия (в статике)
 - Поэтому математическое моделирование каналов любого объекта управления можно проводить без большой погрешности в линейном приближении.

Настройка управляющего устройства (регулятора) под свойства управляемого объекта

- Такая настройка необходима, чтобы получить устойчивую систему автоматического управления с требуемым качеством переходных процессов
- Для настройки регулятора нужно знать параметры объекта и его передаточную функцию

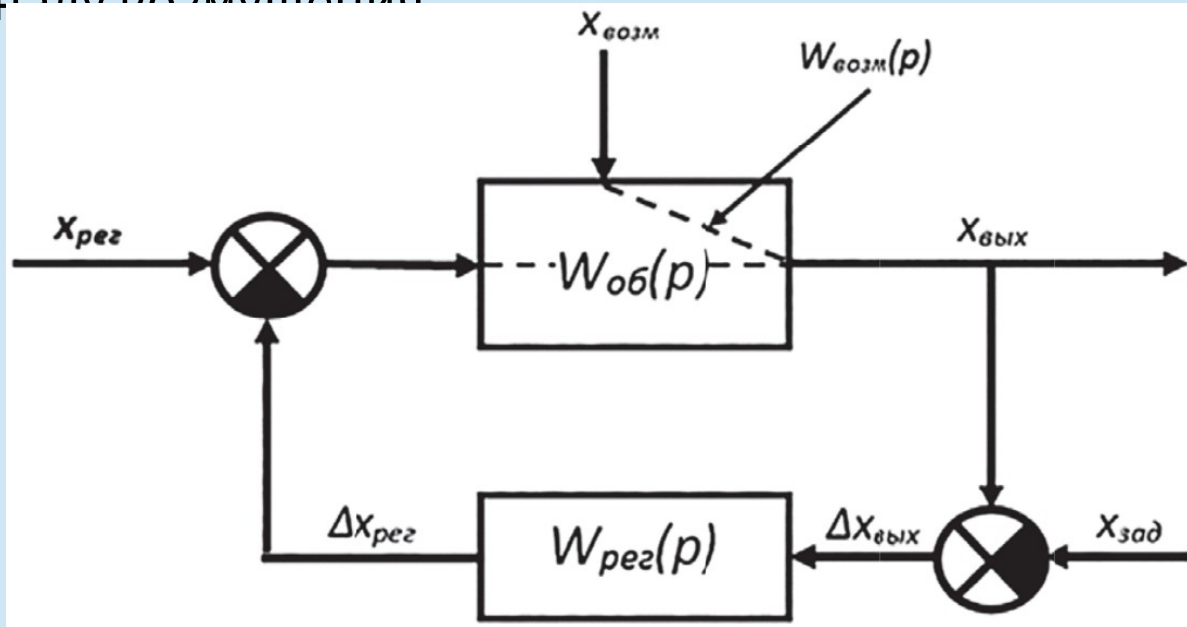
Этапы аналитического проектирования САУ (обычно)

- Анализ разомкнутой системы
 - Проводится математическое моделирование объекта управления и других элементов САУ (например: датчик и исполнительное устройство)
 - По итогу становятся известны передаточные функции объекта по каналу регулирования $W_{об}(p)$ и по каналу возмущения $W_{возм}(p)$
- Синтез САУ
 - Выбор закона функционирования регулятора и определяются его настроечные параметры, оптимальные по заданному для САУ критерию
 - Из ТАУ известны следующие виды регуляторов: П, И, ПИ, ПД, ПИД
- Анализ замкнутой САУ
 - Проверяется запас устойчивости САУ и полученные показатели качества
 - Для этого возможно применение не линеаризованной и полной модели объекта управления

Замкнутая одноконтурная САУ

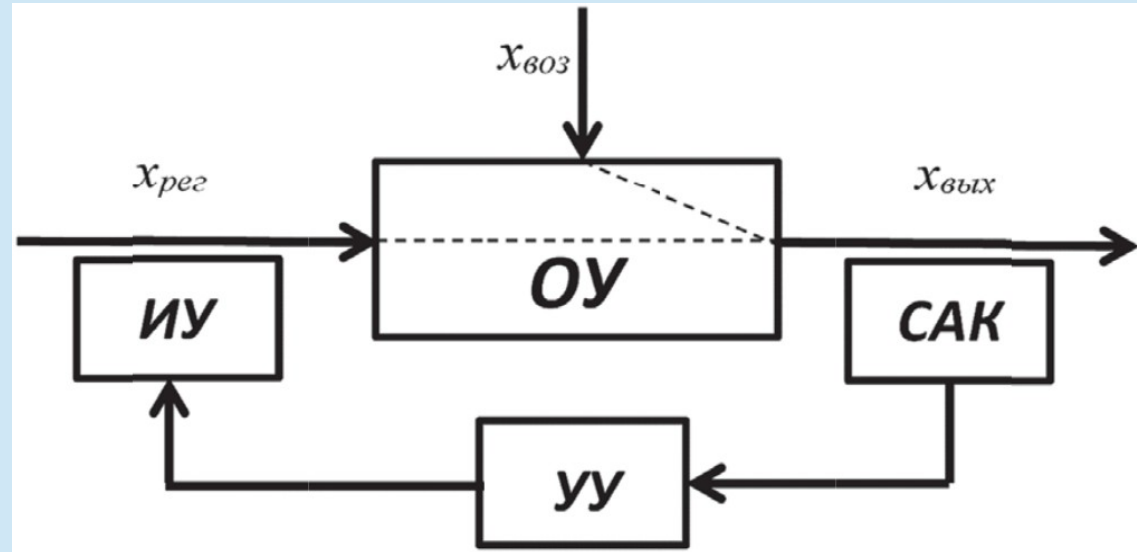
Структурная схема

- Передаточные функции:
 - $W_{об}(p)$ — объекта по каналу регулирующего воздействия
 - $W_{возм}(p)$ — объекта по каналу возмущения
 - $W_{рег}(p)$ — регулятора



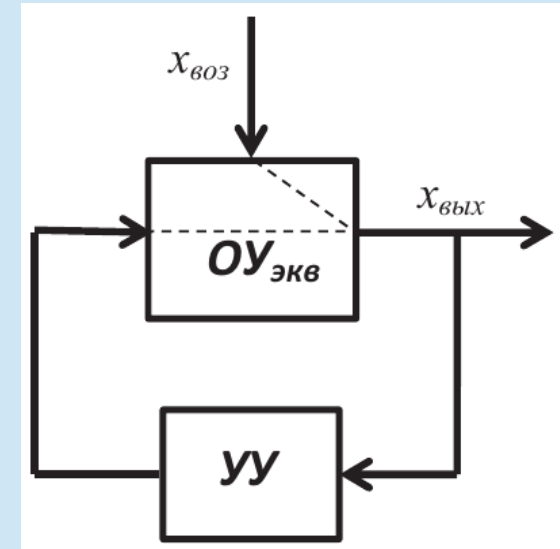
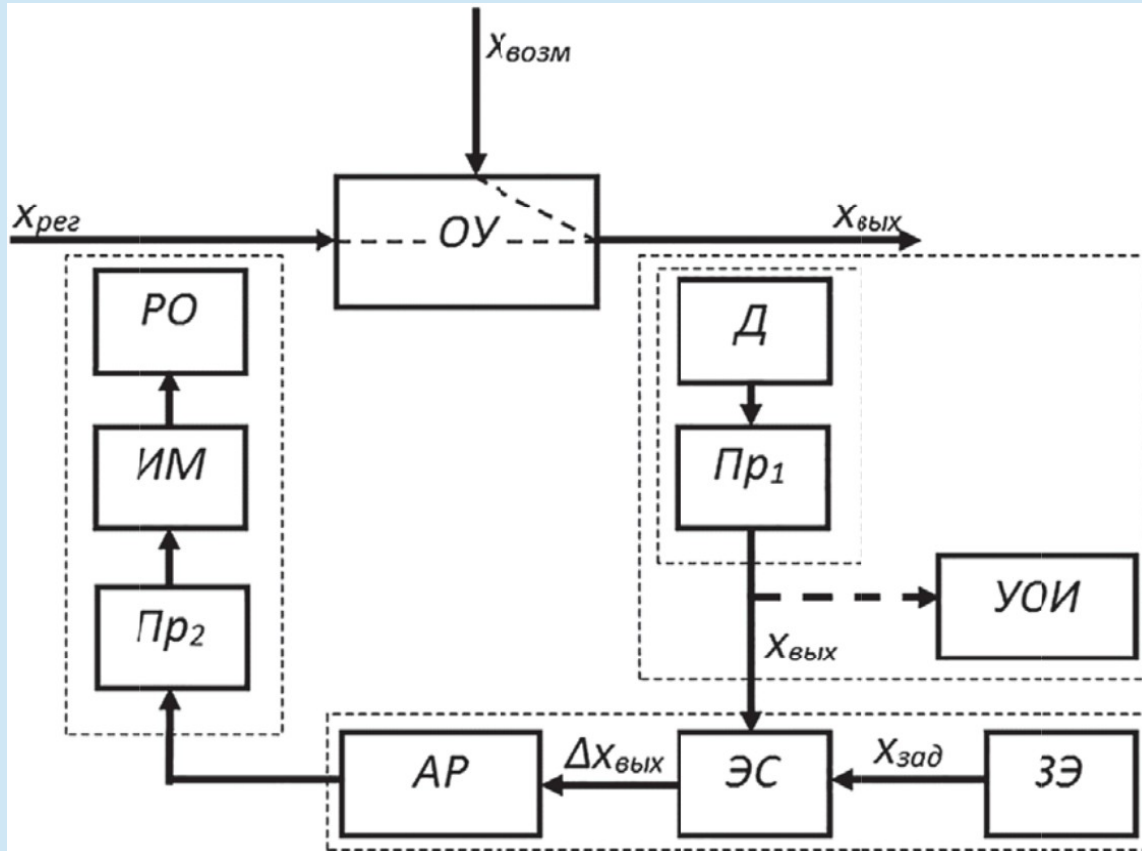
Функциональная схема САУ

- Система автоматического контроля (САК) =
 - датчик (Д)
+ преобразователь информационного канала (Пр₁)
+ устройство отображения информации (УОИ)
- Управляющее устройство (УУ) =
 - задающий элемент (ЗЭ)
+ элемент сравнения (ЭС)
+ автоматический регулятор (АР)
- Исполнительное устройство (ИУ) =
 - исполнительный механизм (ИМ)
+ регулирующий орган (РО)



Схемы САУ

(«элементная» и с «эквивалентным объектом»)



Передаточная функция регулятора («эквивалентного объекта управления»)

- Передаточная функция эквивалентного объекта:
 - $W_{об}^{ЭКВ}(p) = W_{ИУ}(p) \cdot W_{об}(p) \cdot W_d(p)$
- Коэффициенты усиления звеньев эквивалентного объекта:
 - $k_{об}^{ЭКВ} = k_{ИУ} \cdot k_{об} \cdot k_d$
- Именно на базе эквивалентного объекта управления должна производиться настройка регулятора

Определение передаточной функции датчика

- В идеале датчик должен работать в режиме реального времени, т.е. точно и быстро измерять выходное значение объекта управления:

$$x_{вых}^{\partial} = k_{\partial} x_{вх}^{\partial}$$

$$W_{\partial}(p) = k_{\partial}$$

- Если инерционность датчика соизмерима с инерционностью объекта, то датчик нужно моделировать инерционным звеном, например апериодическим звеном первого порядка:

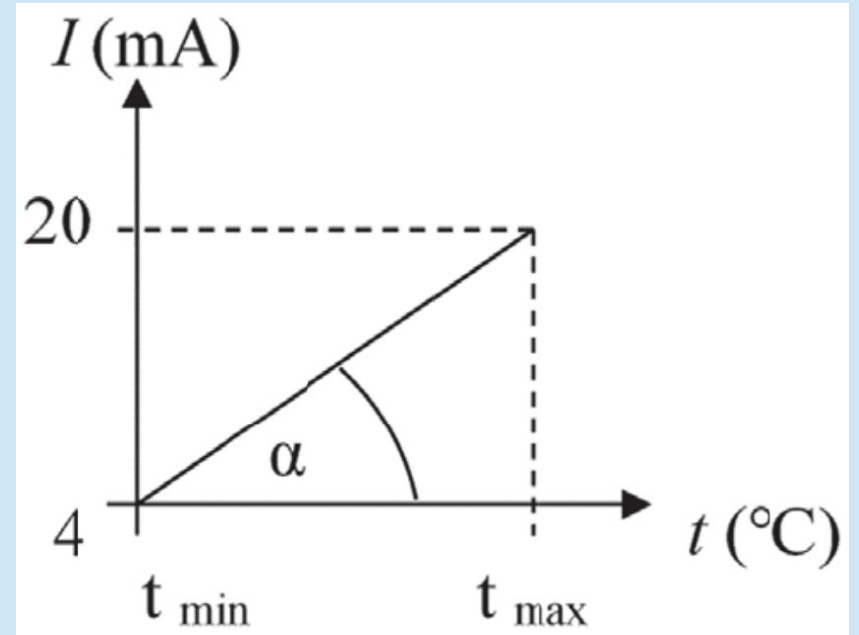
- $T_{\partial} \cdot dx_{вых}^{\partial}/dt + x_{вых}^{\partial} = k_{\partial} \cdot x_{вх}^{\partial}$

- T_{∂} — постоянная времени датчика

$$W_{\partial}(p) = \frac{k_{\partial}}{T_{\partial} p + 1}$$

Определение коэффициента датчика (на примере датчика температуры)

- Приблизжённое определение

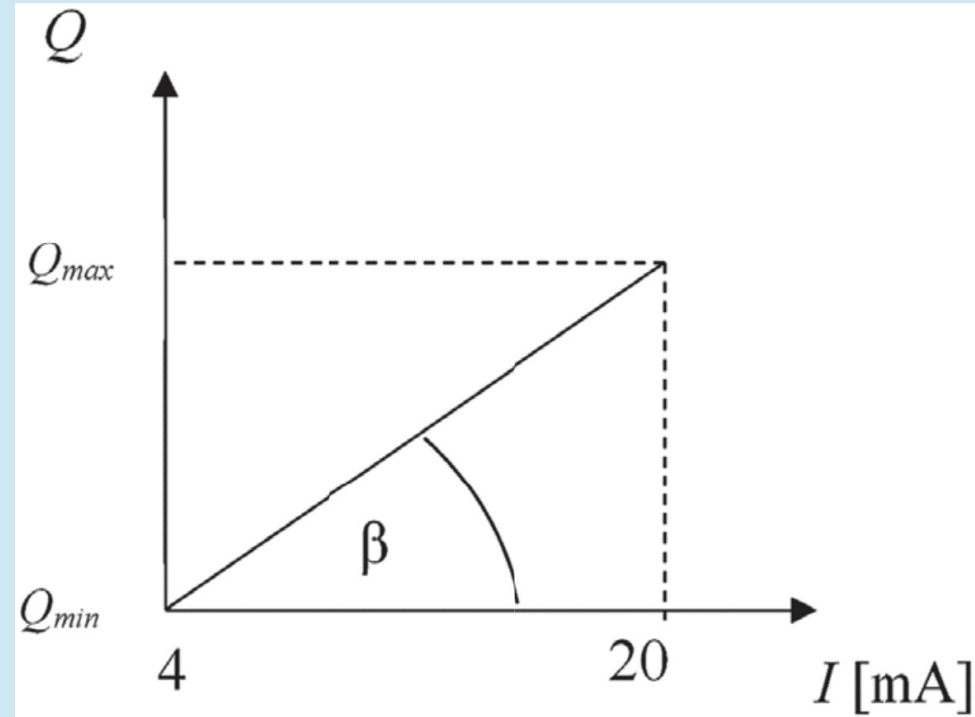


$$k_{\partial} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{20 - 4}{t_{\max} - t_{\min}} \frac{[\text{mA}]}{[^{\circ}\text{C}]}$$

Моделирование исполнительного устройства

- В целом моделирования для ИУ аналогично моделированию датчика.
- Пример определения коэффициента усиления для клапана трубопровода:

$$k_{ИУ} = \operatorname{tg}\beta = \frac{Q_{\max} - Q_{\min} \text{ [м}^3/\text{с]}}{20 - 4 \text{ [мА]}}$$



$$W_{ИУ}(p) = k_{ИУ}$$

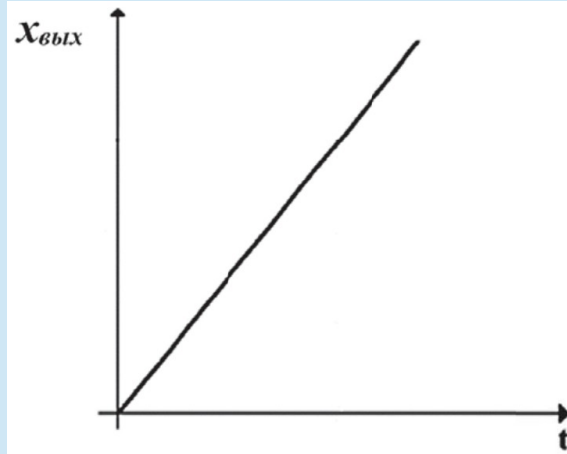
Коэффициент усиления эквивалентного объекта

- Коэффициент усиления эквивалентного объекта должен быть безразмерной величиной

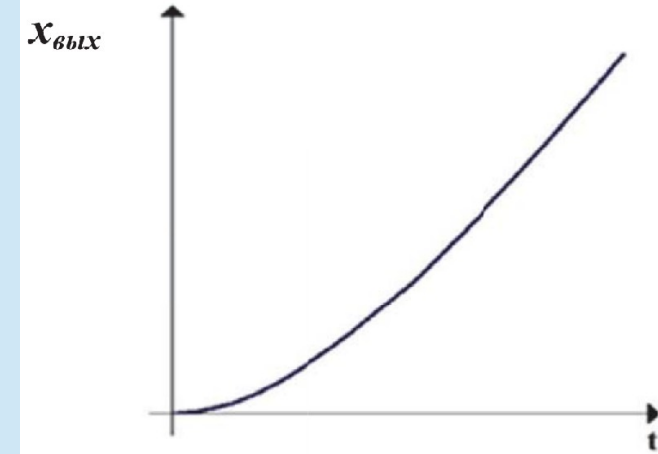
$$k_{об}^{экв} = k_{об} \cdot k_{д} \cdot k_{ИУ} = \frac{[^{\circ}C]}{[м^3 / с]} \cdot \frac{[mA]}{[^{\circ}C]} \cdot \frac{[м^3 / с]}{[mA]} = [б / р] \rightarrow \text{безразмерная величина}$$

Моделирование исполнительного устройства на основе электродвигателя

- Движение вала электродвигателя при подачи управляющего воздействия моделируется интегрирующим звеном (слева)
- Если инерционность электродвигателя соизмерима с инерционностью объекта управления — инерционным интегрирующим звеном (справа)



$$W_{ИУ}(p) = \frac{k_{ИУ}}{p}$$



$$W_{ИУ}(p) = \frac{k_{ИУ}}{p(T_{ИУ}p + 1)}$$

Основные виды регуляторов ТАУ (краткие характеристики)

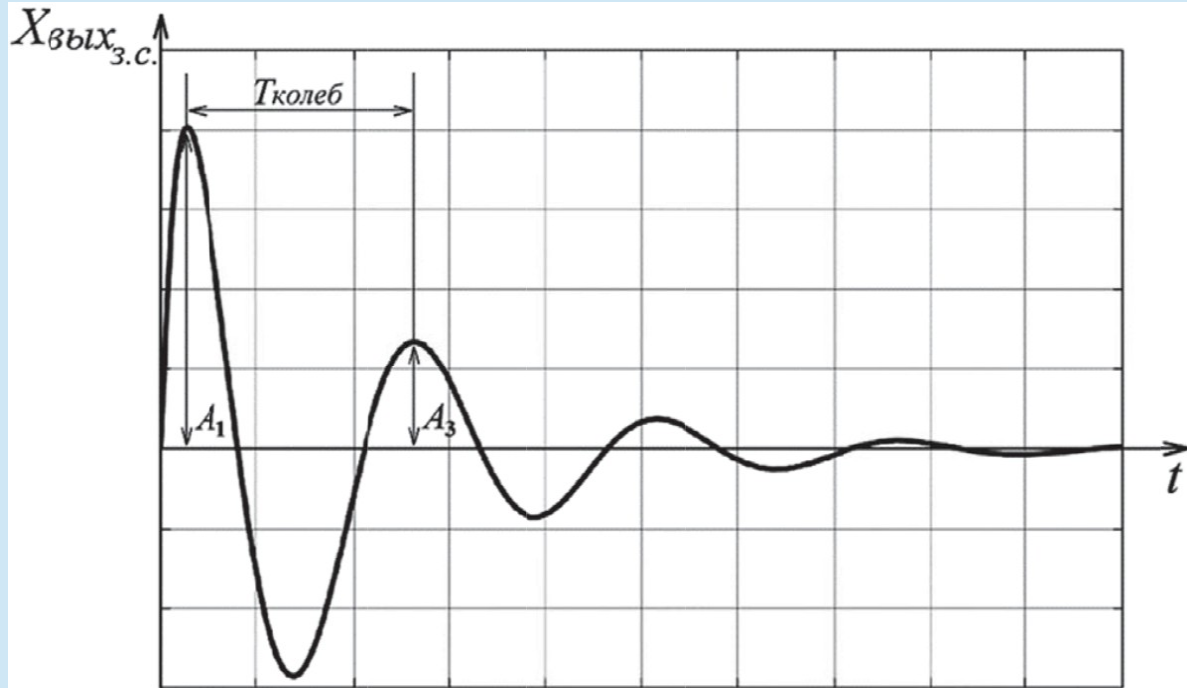
- *Пропорциональный (П-регулятор)* — перемещает регулирующий орган пропорционально отклонению регулируемой величины от заданного значения, то есть $u(t) = kx(t)$, где k — коэффициент пропорциональности
- *Интегральный (И-регулятор)* — обеспечивает управление минимальными изменениями регулирующих воздействий инерционными объектами, то есть
- Дифференциальный регулятор. В нём сигнал пропорционален производной от сигнала x по времени: $u(t) = T_d dx(t) / dt$, где T_d — постоянная времени дифференциатора
- *Пропорционально-интегрирующий (ПИ-регулятор)* — отличается простотой конструкции и позволяет устойчиво и без остаточной неравномерности регулировать большое число промышленных объектов:
- *Пропорционально-интегрально-дифференциальный (ПИД-регулятор)* — перемещает регулирующий орган пропорционально отклонению, интегралу и скорости изменения отклонения:
- *Пропорционально-дифференциальный (ПД-регулятор)* — не позволяет получить полную компенсацию инерционности апериодического звена, так как в этом случае передаточная функция разомкнутой цепи имеет знаменатель второго порядка: $u(t) = kx(t) T_d dx(t) / dt$.

$$y(t) = k_{\text{И}} \int_0^t x(\tau) d\tau$$

Качество регулирования

Степень затухания

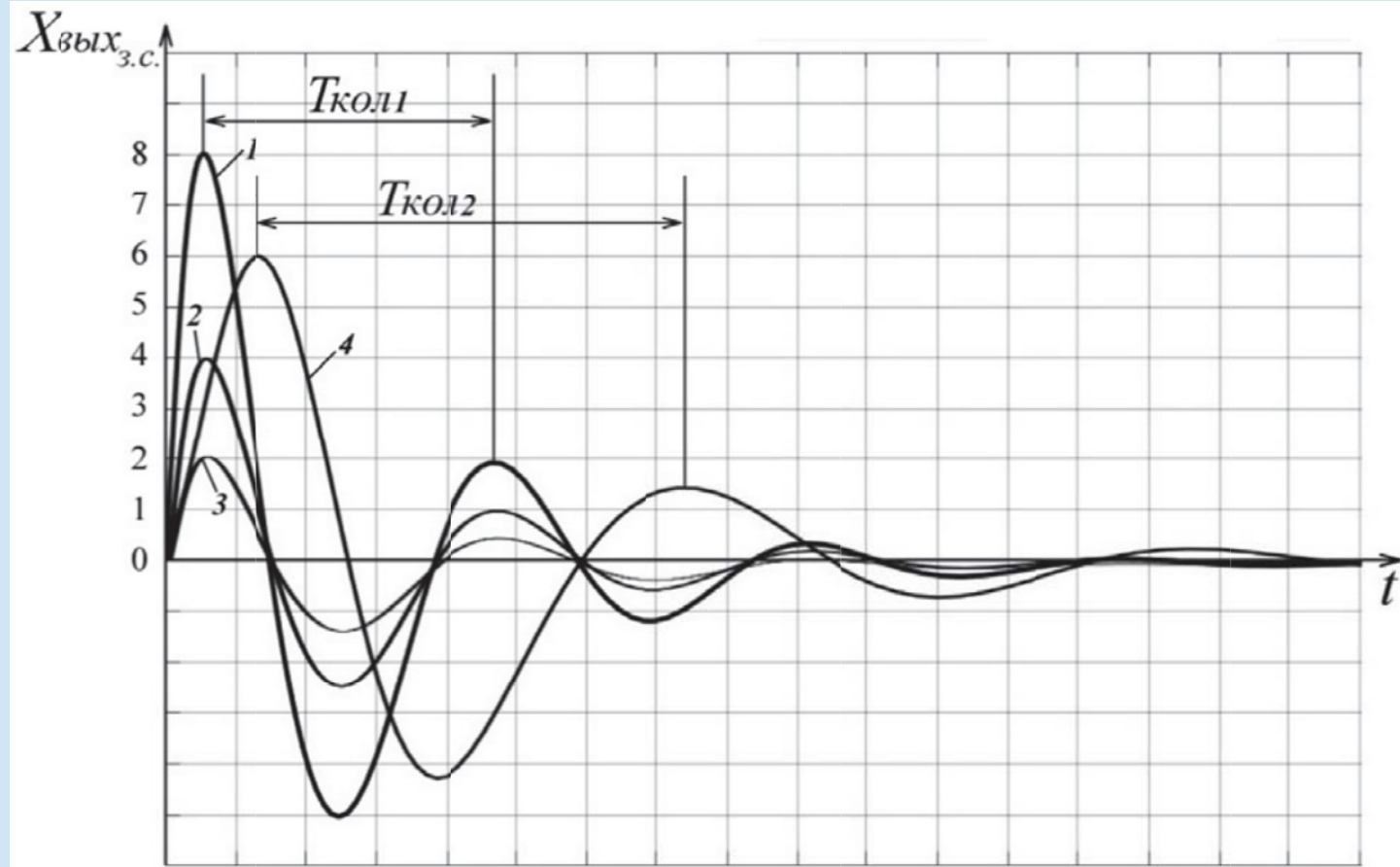
- A_1 — амплитуда первой полуволны устойчивого процесса регулирования
- A_3 — амплитуда третьей полуволны, отстоящей от первой по времени на величину, равную периоду колебаний $T_{\text{колеб.}}$
- При $\psi = 0$ колебания не затухают
- При $\psi = 1$ колебания затухают полностью за первый период.



$$\psi = \frac{A_1 - A_3}{A_1}$$

Графики переходных процессов в замкнутой САУ по каналу возмущения со степенью затухания 0.75

- Степень затухания одна, а амплитуда и длительность различаются
- Нужен ещё один показатель качества.



Квадратичный интегральный критерий качества I_2

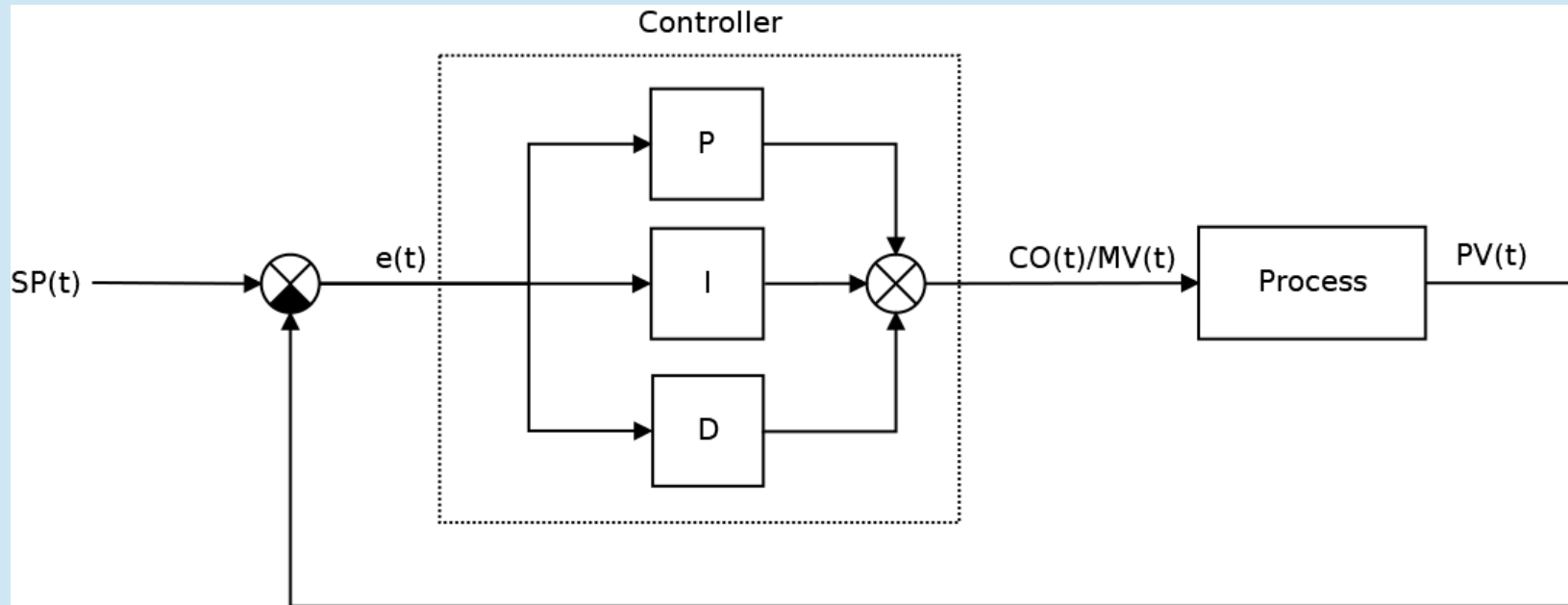
$$I_2 = \int [x_{\text{вых}}^{\text{ЗС}}(t) - x_{\text{уст}}]^2 dt$$

- $x_{\text{вых}}^{\text{ЗС}}$ — математическое выражение, моделирующее переходной процесс в замкнутой САУ по рассматриваемому каналу
- $x_{\text{уст}}$ — установившееся значение выходной величины объекта управления в конце процесса регулирования, не равное заданному значению и порождающее статическую ошибку
- Чем меньше площадь под кривой переходного процесса, тем лучше его качество (по квадратичному интегральному показателю).

Обобщение задачи синтеза САУ с точки зрения качества регулирования

- Необходимо построить математическую модель поведения проектируемой системы с разными настройками выбранного типа регулятора, из которой путём проведения вычислительных экспериментов можно было бы найти такие значения настроек, которые при заданной степени затухания ψ (степень колебательности m) системы обеспечили бы минимизацию квадратичного интегрального критерия качества переходных процессов I_2 в этой системе.

Собираем ПИД-регулятор



$$e(t) = SP(t) - PV(t)$$

$$MV(t) = \underbrace{K_p \cdot e(t)}_P + \underbrace{K_i \cdot \int_0^t e(\tau) d\tau}_I + \underbrace{K_d \cdot \frac{de(t)}{dt}}_D$$

Не забываем ограничения

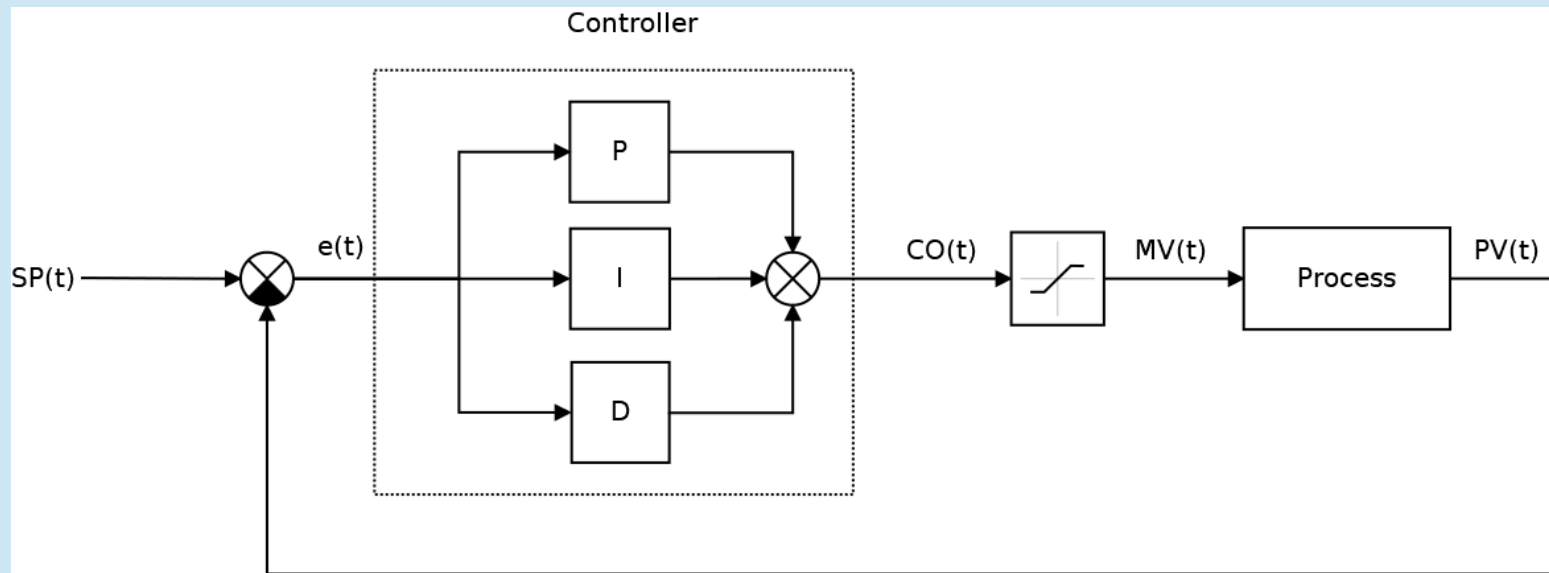


Таблица влияния увеличения параметров ПИД-регулятора

Терм	Время нарастания	Ошибка перерегулирования	Время переходного процесса	Установившаяся ошибка	Стабильность
K_p	Уменьшается	Увеличивается	Небольшие изменения	Уменьшается	Деградирует
K_i	Уменьшается	Увеличивается	Увеличивается	Компенсируется, если есть	Деградирует
K_d	Небольшие изменения	Уменьшается	Уменьшается		Повышается, если K_d небольшой

Вопросы?

Фетисов Михаил Вячеславович

fetisov.michael@bmstu.ru

fetisov.michael@yandex.ru